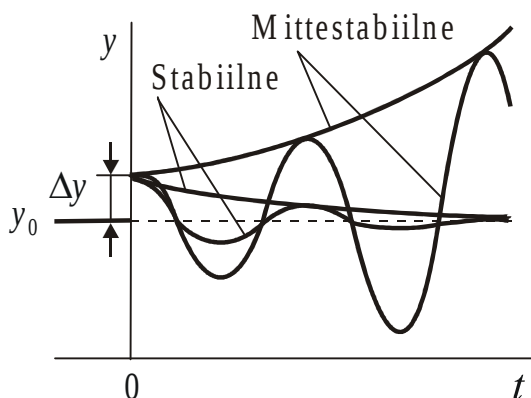


4 STAATILINE STABIILSUS RANGES KÄSITLUSES

4.1 Staatilise stabiilsuse määramine üldmeetodil

Elektrisüsteemi stabiilsust saab matemaatiliselt rangelt käsitleda diferentsiaalvõrrandite alusel, mis kirjeldavad siirdeprotsesse elektrisüsteemis. Need võrrandid seovad elektrisüsteemi seisundikoordinaate (seisundimuutujaid) I_d , I_q , E_q , δ jm ning kujutavad endast püsitalitluse võrrandite üldistust. Kui lahendada diferentsiaalvõrrandid algtingimusel, et



Joonis 4.1 Diferentsiaalvõrrandi võimalikud lahendid

momendil $t=0$ tekkis väike häiring (võrrandite tasakaalu rikkumine), siis võib tulemuseks olla kas häiringu sumbumine (võrrandite tasakaalu taastumine) või, vastupidi, seisundikoordinaatide piiramatul kasv (joonis 4.1), s.t on tegemist stabiilse või mittestabiilse olukorraga süsteemis.

Olenevalt diferentsiaalvõrrandite lahendite iseloomust võib mittestabiilsus ilmneeda perioodilisel või aperioidilisel kujul. Stabiilses olukorras siirdeprotsessid praktiliselt ei ilmne, sest häiring on vaid ettekujutatav (lõpmata väike). Sellele vaatamata on kombeks rääkida elektrisüsteemi **perioodilisest** ja **aperioodilisest stabiilsusest**, pidades silmas mittestabiilsuse puudumist.

Elektrisüsteemi talitlust kirjeldavad mittelineaarsed võrrandid. Selles veendusime, kui vaatasime generaatori rootori liikumisvõrrandit (p 3.4). Staatilise stabiilsuse määramisel võib need võrrandid aga *lineariseerida*, sest algtingimusteks on lõpmata väikesed nihked tasakaaluolukorra suhtes ja huvi pakub siirdeprotsessi iseloom, mis on määratav piisavalt väikest (teoreetiliselt lõpmata väikest) ajavahemikku vaadeldes, mitte siirdeprotsessi kulgu. Seetõttu ei põhjusta lineariseerimine, mida nimetatakse ka *võrrandite varieerimiseks*, staatilise stabiilsuse määramisel vigu. Olgu märgitud, et lineariseeritud diferentsiaalvõrrandid ei kirjelda otseselt seisundi koordinaatide väärtusi, vaid nende kõrvalekaldeid tasakaaluasendist.

Elektrisüsteem on niisiis stabiilne, kui väikeste häiringute korral lineariseeritud diferentsiaalvõrrandite lahendid on sumbuva iseloomuga. Kuna lineaarsetel diferentsiaalvõrranditel on olemas üldlahend, siis on vajaliku töö maht oluliselt väiksem kui mittelineaarsete võrrandite numbrilisel lahendamisel. Kuna aga

elektrisüsteemi talitlust kirjeldavate võrrandite järk on kõrge (mitusada või isegi mitu tuhat), on lahendeid leida siiski töömahukas. Lineaarsete diferentsiaalvõrrandite lahendite iseloomu ja ka elektrisüsteemi stabiilsust on aga võimalik määrata ilma võrrandeid lahendamata. Selleks on olemas *matemaatilised kriteeriumid*.

Kokku võttes toimub elektrisüsteemi staatilise stabiilsuse range määramine järgmiselt:

- koostatakse ja lineariseeritakse süsteemi talitlust kirjeldavad diferentsiaalvõrrandid
- matemaatilisi kriteeriume kasutades hinnatakse süsteemi stabiilsust, võttes aluseks lineariseeritud diferentsiaalvõrrandite parameetrid

4.2 Staatilise stabiilsuse matemaatiline kriteerium

4.2.1 *Lineaarse diferentsiaalvõrrandisüsteemi üldlahend* avaldub kujul²:

$$y_i = \sum_{k=1}^n A_{ik} \exp(p_{ik} t) = \sum_{k=1}^n y_{ik} \quad (4.1)$$

kus A_{ik} – algtingimustest tulenevad konstandid,

p_{ik} – karakteristliku võrrandi juured.

Mingile diferentsiaalvõrrandile vastava **karakteristliku võrrandi** saame, kui asendame diferentseerimise operaatori muutujaga samas astmes

$$\frac{d}{dt} \rightarrow p, \quad \frac{d^2}{dt^2} \rightarrow p^2, \dots$$

Tulemuseks on polünoom muutujaga p . Diferentsiaalvõrrandisüsteemi korral annab karakteristliku võrrandi kordajate (sisaldavad muutujat p) peadeterminant.

Karakteristliku võrrandi juurte üldkuju on

$$p_k = \alpha_k \pm j\beta_k$$

Juuri võib jaotada nelja tüüpi: reaalne negatiivne, reaalne positiivne, kompleksne negatiivse reaalosaga ja kompleksne positiivse reaalosaga (erandina võib juur olla ka nulline või imaginaarne). Juure tüübi kohaselt kujuneb ka liidetava iseloom diferentsiaalvõrrandi laiendis (joonis 4.2). Reaalsele juurele ($p_k = \alpha_k$) vastab lahendis liidetav

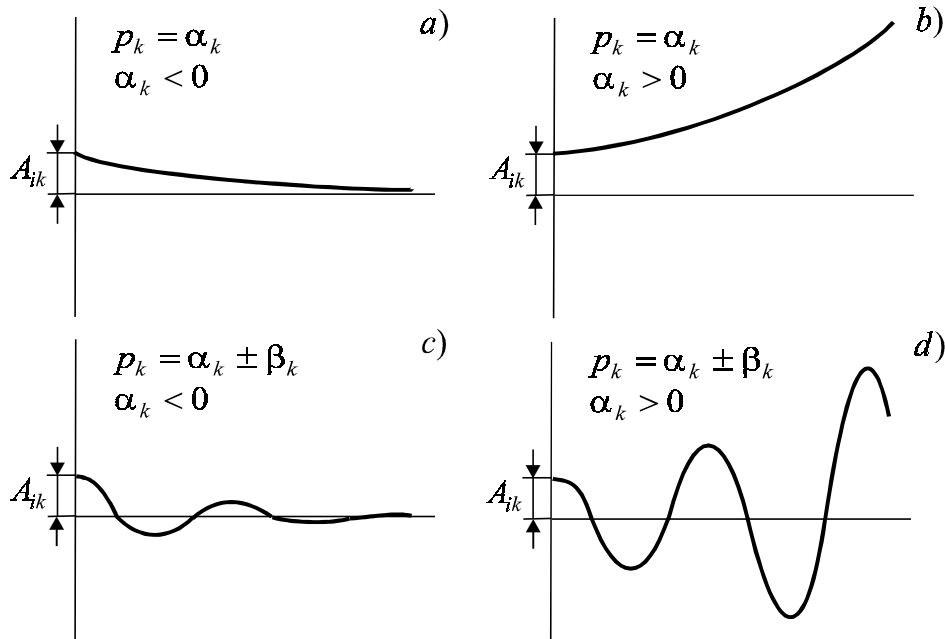
² Täpsemalt võttes on siin tegemist homogeensete võrrandite lahendiga.

$$A_k \exp(\alpha_k t)$$

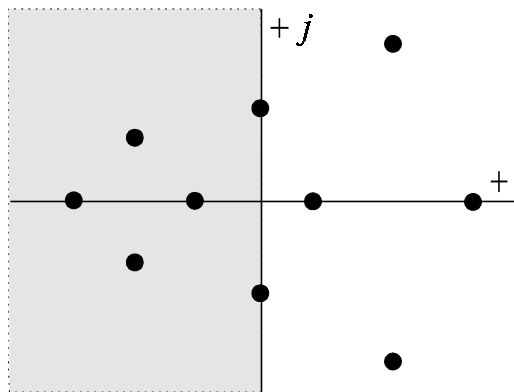
mis sumbub, kui $\alpha_k < 0$, ja kasvab piiramatult, kui $\alpha_k > 0$. Kompleksse juure korral saab lahendi liige kuju

$$A_k \exp(\alpha_k t) \sin(\beta_k t + \varphi_k)$$

Siin on tegemist võnkumisega, mis sumbub, kui $\alpha_k < 0$, ja mille amplituud kasvab piiramatult, kui $\alpha_k > 0$.



Joonis 4.2 Diferentsiaalvõrrandi üldlahendi liidetavate võimalikud kujud



Joonis 4.3 Karakteristliku võrrandi juured kompleksasapinnal

Elektrisüsteemi stabiilsuse tagamiseks on ilmselt vajalik, et lineariseeritud diferentsiaalvõrrandite lahendid ja ka kõik lahendite liidetavad sumbuksid. See on nii, kui karakteristliku võrrandi juured on kas reaalsed ja negatiivsed või komplekssed negatiivse reaalosaga. Komplekstasapinnal asetsevad sellised juured vasakpoolsel pooltasapinnal (joonis 4.3). On kombeks öelda, et *stabiilsuse säilitamiseks peavad karakteristliku võrrandi kõik juured olema vasakpoolsed*.

4.2.2 Routh-Hurwizi kriteerium. Selleks et välja selgitada, kas karakteristliku võrrandi

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

juured on kõik vasakpoolsed, ei ole tingimata vaja seda võrrandit lahendada, vaid võib kasutada *matemaatilisi kriteeriume*. *Routh-Hurwizi* kriteeriumi kohaselt moodustatakse esmalt *Hurwizi* maatriks

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 & 0 & \cdots \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \cdots \\ a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{vmatrix}$$

Kriteerium ise kõlab järgmiselt: *karakteristliku võrrandi kõik juured on vasakpoolsed, kui Hurwizi maatriksi n esimest diagonaalmiinorit on positiivsed*. Eelduseks on, et kordaja $a_0 > 0$, mis on alati tagatav. Niisiis peab olema

$$\Delta_1 = a_1 > 0$$

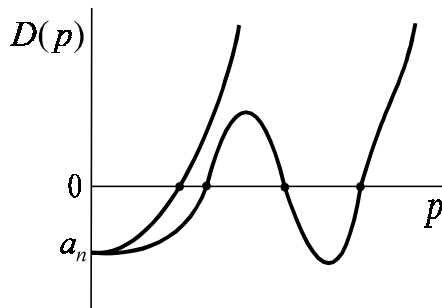
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0$$

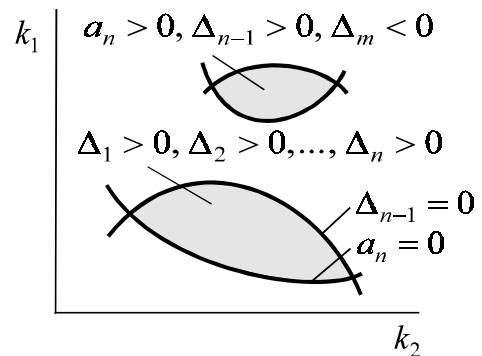
.....

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & \cdots & 0 \\ a_3 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix} > 0$$

Võib tõestada, et karakteristlikul võrrandil on parempoolseid juuri, kui kas või üks kordajatest $a_0, a_1, \dots, a_n$ on negatiivne. Vaatame, mis tüüpi (aperioodiline või perioodiline) mittestabiilsus tekib, kui kordaja $a_n < 0$ (siit $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} < 0$). Jälgime selleks polünoomi $D(p)$ väärtust muutuja p kasvamisel. Kohal $p = 0$ on $D(p) = a_n < 0$. Suurtel p väärtustel aga $D(p) > 0$, sest $a_0 > 0$ tõttu saab varem või hiljem ülekaalu liidetav $a_0 p^n$. Seega on karakteristlikul võrrandil $a_n < 0$ korral üks või enam reaalselt positiivset juurt (joonis 4.4). Niisiis on tegemist aperioodilise mittestabiilsusega. Samuti võib tõestada, et juhul kui $\Delta_{n-1} < 0$, siis on karakteristlikul võrrandil positiivse reaalosaga kompleksne juur. Järelikult tekib siis elektrisüsteemis perioodiline mittestabiilsus.



Joonis 4.4 Polünoomi $D(p)$ võimalikud graafikud



Joonis 4.5 Piirkonnad, mis vastavad tingimustele (4.2)

Tingimused

$$\boxed{a_n > 0 \text{ ja } \Delta_{n-1} > 0} \quad (4.2)$$

on praktiliselt piisavad elektrisüsteemi staatilise stabiilsuse tagamiseks. Selgub nimelt, et stabiilsete seisundite piirkond mis tahes koordinaadistikus on alati piiratud kõveratega $a_n = 0$ ja $\Delta_{n-1} = 0$. Kui stabiilsest seisundist lähtudes hakatakse koordinaate muutma, rikutakse esimesena alati üht nendest tingimustest (joonis 4.5). Pole ohtu sattuda piirkonda, kus tingimused (4.2) on rahuldatud, kuid mingi $\Delta_m < 0$ puudub, sest sellised seisundid on praktiliselt võimatud.

Kokku võttes on elektrisüsteemi stabiilsuse määramiseks vaja

- koostada ja lineariseerida elektrisüsteemi talitlust kirjeldavad diferentsiaalvõrrandid
- leida karakteristliku võrrandi kordajad
- kontrollida aperioidilist stabiilsust kriteeriumiga $a_n > 0$
- kontrollida perioodilist stabiilsust kriteeriumiga $\Delta_{n-1} > 0$

4.3 Sünkroonmasina diferentsiaalvõrrandid

Diferentsiaalvõrrandid kirjeldavad siirdeprotsesse elektrisüsteemis, kusjuures iga üksik võrrand vastab mingile kontuurile. Kui õnnestub selgitada, et siirdeprotsessid vaadeldavas kontuuris praktiliselt ei mõjuta generaatorite rootorite liikumist, siis ei ole neid protsesse ka stabiilsuse määramisel vaja arvestada. Sel juhul võib võrrandis jätta muutusi kirjeldavad liikmed arvestamata (operaatori p võib võrdsustada nulliga), mille tulemusena diferentsiaalvõrrand muutub tavaliseks algebraliseks võrrandiks, mis kirjeldab püsitalitlust.

Ülaltoodud arutelu kohaselt võib stabiilsuse määramisel lähtuda püsitalitluse võrranditest kõikide kontuuride kohta, mis ei sisalda pöörlevaid masinaid, sest siirdeprotsessid nendes kontuurides sumbuvad kiiresti. Siirdeprotsesse pole vaja arvestada ka koormuselementides, vaid piisab, kui need asendada staatiliste karakteristikutega. Niisiis jõuame järeldusele, et praktiliselt on vaja vaadelda vaid sünkroonmasinate (generaatorid ja sünkroonkompensaatorid) diferentsiaalvõrrandeid.

Sünkroonmasina põhivõrrandid, mis tuletati punktis 1.4 kujul (1.5)

$$\left. \begin{aligned} x_q I_q - r I_d &= U \sin \delta \\ E_q - x_d I_d - r I_q &= U \cos \delta \end{aligned} \right\}$$

vastavad püsitalitlusele. Põhivõrrandeid üldkujul, mis arvestavad ka siirdeprotsesse, nimetatakse *Parki-Gorevi* võrranditeks

$$\left. \begin{aligned} (1+s)x_q I_q - (r + x_d \frac{p}{\omega_0}) I_d + \frac{p}{\omega_0} E_q &= U \sin \delta \\ (1+s)E_q - (1+s)x_d I_d - (r + x_q \frac{p}{\omega_0}) I_q &= U \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

kus

$$s = \frac{p}{\omega_0} \delta = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

on rootori libistus nimikiiruse ω_0 suhtes. On lihtne veenduda, et kui rootor pöörleb nimikiirusega ($s = 0$), siis püsitalitlusel ($p = 0$) langevad *Parki-Gorevi* võrrandid kokku punktis 1.4 tuletatud kujuga. Võrrandid (4.3) kirjeldavad sisuliselt siirdeprotsesse sünkroonmasina staatoris. Ligikaudsetes arvutustes võib ka need siirdeprotsessid jätta arvestamata ja lähtuda seostest (1.5).

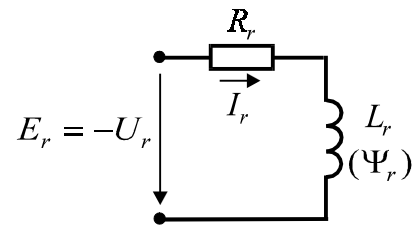
Kuna võrrandites (4.3) on muutujaid enam kui kaks, tuleb lisada täiendavaid võrrandeid. Vaatleme järgnevalt rootoriahelat, s.o koostame rootori elektrilise võrrandi. Lähtume Kirchhoffi seadusest diferentsiaalkujul, mis on koostatud rootoriahela (joonis 4.6) kohta

$$E_r = p\Psi_r + r_r I_r$$

Punktis (1.4) leidsime, et

$$\Psi_r = \frac{\bar{L}_r}{\omega_0 \bar{M}_{ar}} (E_q - \frac{\omega \bar{M}_{ar}^2}{\bar{L}_r} I_d)$$

ja



Joonis 4.6 Sünkroonmasina rootoriahela skeem

$$\frac{\omega_0 \overline{M}_{ar}^2}{\overline{L}_r} = x_d - x'_d$$

Seega

$$\Psi_r = \frac{\overline{L}_r}{\omega_0 \overline{M}_{ar}} [E_q - (x_d - x'_d)I_d]$$

millest

$$E_r = \frac{\overline{L}_r}{\omega_0 \overline{M}_{ar}} p [E_q - (x_d - x'_d)I_d] + \overline{r}_r \overline{I}_r \quad \left| \quad \frac{\omega_0 \overline{M}_{ar}}{\overline{r}_r} \right.$$

$$\frac{\overline{L}_r}{\overline{r}_r} p [E_q - (x_d - x'_d)I_d] + \omega \overline{M}_{ar} \overline{I}_r = \frac{\omega_0 \overline{M}_{ar}}{\overline{r}_r} E_r$$

Tähistame

$$T_r = \frac{\overline{L}_r}{\overline{r}_r} = \frac{L_r}{r_r}$$

mis kujutab rootoriahela ajakonstanti avatud staatorimähise korral. Kuna

$$\omega_0 \overline{M}_{ar} \overline{I}_r = E_q$$

ja

$$\omega_0 \overline{M}_{ar} = x_{ad}$$

siis

$$(T_r p + 1)E_q - T_r p(x_d - x'_d)I_d = \frac{x_{ad}}{r_r} E_r \quad (4.4)$$

Mittetraditsioonilistest sünkroonmasina parameetritest x_{ad} ja r_r vabanemiseks võtame kasutusele baasühikute süsteemi, kus baaspingeks V_r on rootori pinge väärtus, mis statsionaarses tühijooksuseisundis ($E_q = V_s$) tekitab staatoris nimi- pinget V_s . Seose (4.4) kohaselt

$$V_s = \frac{x_{ad}}{r_r} V_r$$

Seega

$$(T_r p + 1) \frac{E_q}{V_s} - T_r p \frac{(x_d - x'_d)I_d}{V_s} = \frac{E_r}{V_r}$$

ehk suhtelistes ühikutes

$$\boxed{(T_r p + 1)E_q - T_r p(x_d - x'_d)I_d = E_r} \quad (4.5)$$

Võrrandist (4.5) järeldub, et

püsitallitluses, kus $p = 0$, kehtib

$$E_q = E_r$$

Kuna

$$E'_q = E_q - (x_d - x'_d)I_d$$

siis võib rootori elektrilise võrrandi esitada ka kompaktsemal kujul

$$T_r p E'_q + E_q = E_r$$

Sünkroonmasina rootori mehaanilise liikumise võrrand saadi punktis 3.4 kujul

$$\frac{T_J}{\omega_0} p^2 \delta = M_M - M_E$$

Siinkohal jääb vaid lisada elektrilise momendi avaldis, mis saadakse seosest

$$P_E \approx M_E = E_Q I_q$$

Kuna

$$E_Q = E_q - (x_d - x_q)I_d$$

siis

$$\boxed{\frac{T_J}{\omega_0} p^2 \delta + E_q I_q - (x_d - x_q)I_d I_q = M_M \approx P_M} \quad (4.6)$$

Oleme seni saanud neli võrrandit

$$\left. \begin{aligned} x_q I_q - r I_d &= U \sin \delta \\ E_q - x_d I_d - r I_q &= U \cos \delta \\ (T_r p + 1)E_q - T_r p(x_d - x'_d)I_d &= E_r \\ \frac{T_J}{\omega_0} p^2 \delta + E_q I_q - (x_d - x'_d)I_d I_q &= M_M \approx P_M \end{aligned} \right\}$$

milles on 7 muutujat I_d , I_q , E_q , δ , U , E_r ja P_M . Kuigi võrrandite arv ei ole veel piisav, vaatleme vahepeal, kuidas toimub nende lineariseerimine. Selleks asendatakse esmalt kõik muutujad nende algväärtustega lähteseisundis ja juurdekasvuga kujul

$$y = y_0 + \Delta y$$

kusjuures uueks muutujaks saab nüüd Δy . Lineariseerimine ise seisneb selles, et kõik teist järku väikesed suurused kujul $\Delta x \Delta y$ loetakse nulliks ning

$$\sin \Delta \delta \approx \Delta \delta \quad \text{ja} \quad \cos \Delta \delta \approx 1$$

millest

$$\sin(\delta_0 + \Delta \delta) \approx \sin \delta_0 + \cos \delta_0 \Delta \delta$$

Rakendades toodud juhiseid esimese ülaltoodud võrrandi kohta, saame

$$x_q(I_{q0} + \Delta I_q) - r(I_{d0} + \Delta I_d) = (U_0 + \Delta U) \sin(\delta_0 + \Delta \delta)$$

$$(x_q I_{q0} - r I_{d0} - U_0 \sin \delta_0) + x_q \Delta I_q - r \Delta I_d - U_0 \cos \delta_0 \Delta \delta = \sin \delta_0 \Delta U$$

Kuna

$$x_q I_{q0} - r I_{d0} - U_0 \sin \delta_0 = 0$$

sest see kujutab vaadeldavat võrrandit lähtetingimustel, siis

$$-r \Delta I_d + x_q \Delta I_q - U_0 \cos \delta_0 \Delta \delta = \sin \delta_0 \Delta U$$

Samale tulemusele jõuame väiksema vaevaga, kui lähtume täisdiferentsiaalide leidmise reeglist. Nimelt kui

$$F(x, y, z) = 0$$

siis sama võrrand on lineariseerituna

$$\frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial F}{\partial z} \Delta z = 0$$

Lineariseerides kõik ülaltoodud 4 võrrandit, saame

$$\left. \begin{aligned} & -r \Delta I_d + x_q \Delta I_q - U_0 \cos \delta_0 \Delta \delta = \sin \delta_0 \Delta U \\ & -x_d \Delta I_d - r \Delta I_q + \Delta E_q + U_0 \sin \delta_0 \Delta \delta = \cos \delta_0 \Delta \delta \\ & -T_r p(x_d - x'_d) \Delta I_d + (T_r p + 1) \Delta E_q = \Delta E_r \\ & -(x_d - x_q) I_{q0} \Delta I_d + E_{Q0} \Delta I_q + I_{q0} \Delta E_q + \frac{T_J}{\omega_0} p^2 \Delta \delta = \Delta P_M \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

4.4 Lihtsaima süsteemi stabiilsus

Lihtsaimas elektrisüsteemis $U = \text{const}$, mille tõttu $\Delta U = 0$. Kui seejuures puudub AER ja jätta tähele panemata protsessid turbiinis, siis ka $\Delta E_r = 0$ ja $\Delta P_M = 0$. Nendes tingimustes on võrrandisüsteem (4.7) tasakaalustatud ja võib asuda stabiilsust määrama.

Karakteristlik võrrand saadakse determinandina

$$D(p) = \begin{vmatrix} -r & x_q & 0 & -U_0 \cos \delta_0 \\ -x_d & -r & 1 & U_0 \sin \delta_0 \\ -T_r p(x_d - x'_d) & 0 & T_r p + 1 & 0 \\ -(x_d - x_q)I_{q0} & E_{Q0}I_{q0} & I_{q0} & \frac{T_J}{\omega_0} p^2 \end{vmatrix} = 0$$

Determinandi avamisel saadakse kolmanda astme võrrand. Kui tähistada

$$D(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

siis

$$a_0 = \frac{T_J}{\omega_0} T_r (r^2 + x'_d x_q)$$

$$a_1 = \frac{T_J}{\omega_0} (r^2 + x_d x_q)$$

$$a_2 = T_r U_0 \left[E_{q0} (r \sin \delta_0 + x'_d \cos \delta_0) + (x_q - x'_d) I_{q0} (x_q \sin \delta_0 - r \cos \delta_0) \right]$$

$$a_3 = U_0 \left[E_{Q0} (r \sin \delta_0 + x_d \cos \delta_0) - (x_d - x_q) I_{q0} (x_q \sin \delta_0 - r \cos \delta_0) \right]$$

Siin on ilmselt $a_0 > 0$. Seega on stabiilsuse tingimusteks

$$a_3 > 0$$

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$$

Esimene seos vastab aperioidilisele, teine perioodilisele stabiilsusele.

Aperioidilise stabiilsuse tingimusest $a_3 > 0$ saame, võttes $r = 0$,

$$U_0 E_{Q0} x_d \cos \delta_0 - (x_d - x_q) x_q I_{q0} U_0 \sin \delta_0 > 0$$

Kuna

$$E_{Q0} = E_{q0} - I_{d0} (x_d - x_q)$$

ja põhivõrrandite (1.6) kohaselt

$$I_{d0} = \frac{E_{Q0} - U_0 \cos \delta_0}{x_q}, \quad I_{q0} = \frac{U_0 \sin \delta_0}{x_q}$$

siis

$$U_0 \cos \delta_0 (E_{q0} x_q + U_0 \cos \delta_0 (x_d - x_q)) - (x_d - x_q) x_q \frac{\sin \delta_0}{x_q} U_0 \sin \delta_0 > 0$$

Siit

$$\boxed{\frac{E_{q0} U_0 \cos \delta_0}{x_d} + \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} U_0^2 \cos 2\delta_0 > 0}$$

Tulemus langeb kokku punktis 1.2 vaadeldud staatilise stabiilsuse tingimusega $\frac{dP}{d\delta} > 0$, mis on rakendatud nurkkarakteristikule (2.3). Niisiis saime sama tulemuse, kui stabiilsuse lihtsustatud käsitlemisel.

Perioodilise stabiilsuse tingimus saab peale teisendusi kuju

$$\Delta_2 = \frac{T_J}{\omega_0} T_r U_0 (x_d - x'_d) (x_q \sin \delta_0 - r \cos \delta_0) (r E_{Q0} + (r^2 + x_q^2) I_{q0}) > 0$$

Ilmselt võib Δ_2 olla negatiivne vaid siis, kui

$$A = x_q \sin \delta_0 - r \cos \delta_0 > 0$$

või

$$B = r E_{Q0} + (r^2 + x_q^2) I_{q0} < 0$$

Põhivõrranditest (1.5) saame (aktiivtakistust r me siinkohal nulliks ei loe)

$$I_{d0} = \frac{x_q E_{q0} - U_0 (x_q \cos \delta_0 + r \sin \delta_0)}{r^2 + x_d x_q}$$

$$I_{q0} = \frac{r E_{q0} - U_0 (x_d \sin \delta_0 + r \cos \delta_0)}{r^2 + x_d x_q}$$

Seega

$$B = 2r \frac{r^2 + x_q^2}{r^2 + x_d x_q} E_{q0} - r U_0 \cos \delta_0 \frac{r^2 + x_q^2 - x_q (x_d - x_q)}{r^2 + x_d x_q} + U_0 \sin \delta_0 \frac{r^2 (2x_d - x_q) - x_d x_q^2}{r^2 + x_d x_q}$$

Ligikaudselt, võttes $r^2 = 0$, saame

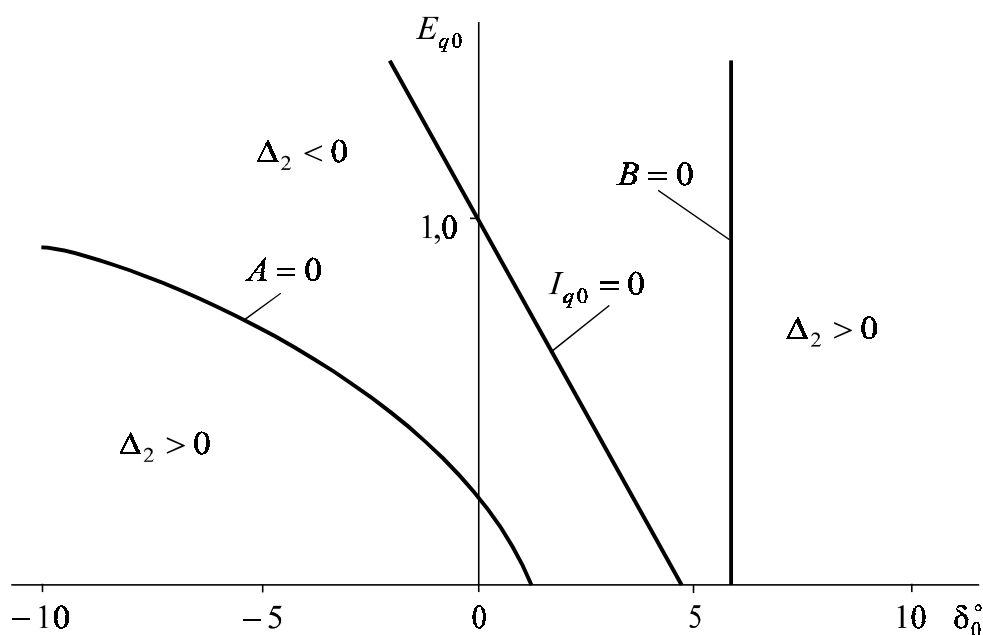
$$B \approx 2r \frac{x_q}{x_d} E_{q0} - rU_0 \cos \delta_0 \left(\frac{2x_q}{x_d} - 1 \right) + x_q U_0 \sin \delta_0$$

Stabiilsuse piiril $A = 0$ või $B = 0$. Esimene tingimus annab

$$\tan \delta_0 = \frac{r}{x_q}$$

ja teine

$$E_{q0} = U_0 \left[\left(1 + \frac{x_d}{2x_q} \right) \cos \delta_0 - \frac{x_d}{2r} \sin \delta_0 \right]$$



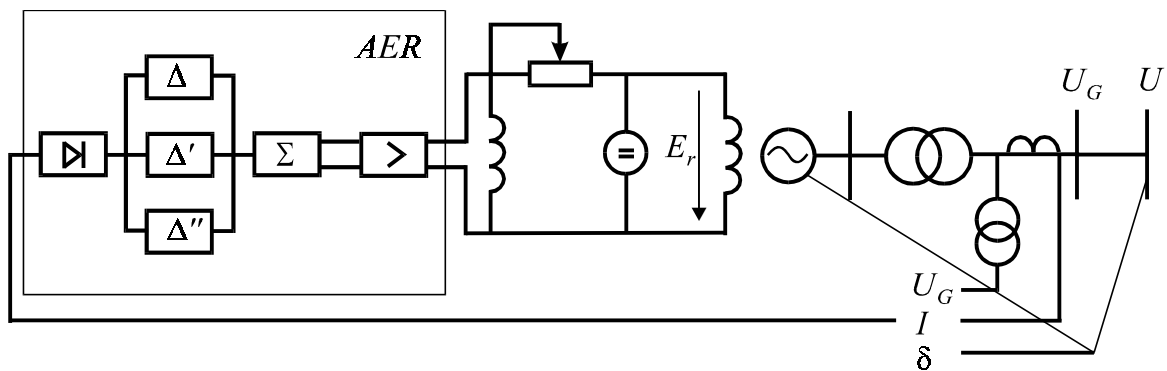
Joonis 4.7 Perioodilise stabiilsuse piirid $A = 0$ ja $B = 0$

Kujutame stabiilsuse piirkõveraaid koordinaadistikus E_{q0}, δ_0 (joonis 4.7). Kuna valemi (2.2) kohaselt vastab kõver $I_{q0} = 0$ tühijooksuseisundile, siis näeme, et *lihtsaim elektrisüsteem on tühijooksu piirkonnas mittestabiilne*. Praktiliselt selline perioodiline mittestabiilsus siiski ei ilmne, sest mõju avaldavad summutusmähised, mehaanilised kaod ja protsessid turbiinis, mida seni ei arvestatud. Enamasti likvideerivad nimetatud asjaolud mittestabiilsuse piirkonna. Pandagu veel tähele, et lihtsustust $r = 0$ ei saa perioodilise stabiilsuse määramisel kasutada. Samuti on ilmne, et perioodilist stabiilsust saame määrata vaid diferentsiaalvõrranditest lähtudes, mille tõttu me lihtsustatud käsitluses seda stabiilsuse liiki ei vaadelnud.

4.5 AER ja turbiini võrrand

Staatilise stabiilsuse määramiseks tuleb üldjuhul eespool vaadeldud sünkroonmasina võrranditele lisada veel AER ja turbiini võrrandid. Need võrrandid seovad ühtse süsteemiga ergutuspinge E_r ja mehaanilise momendi M_M .

Sünkroonmasina ergutusahela põhimõtteskeem on joonisel 4.8. Üldjuhul reguleeritakse ergutust generaatori pinge, voolu ja nurga järgi. Regulaatoris need suurused alaldatakse, leitakse kõrvalekaldeid sättesuurustest ning esimene ja teine tuletis. Kokku saadakse $3 \times 3 = 9$ erinevat suurust, mis summeeritakse kaalutegurite alusel ning võimendatakse. Tulemuseks on ergutuspinge ergutile, mis omakorda annab generaatori ergutuspinge E_r . Nüüdisaegsetes ergutus-süsteemides võib erguti ka puududa.



Joonis 4.8 AER-i põhimõtteskeem

Kirjeldataud skeemile vastab võrrand

$$\begin{aligned} (T_e p + 1) \Delta E_r = & (k_U + p k'_U + p k''_U) \Delta U_G + \\ & + (k_r + p k'_r + p^2 k''_r) \Delta I + \\ & + (k_\delta + p k'_\delta + p^2 k''_\delta) \Delta \delta \end{aligned} \quad (4.8)$$

Siin arvestab tegur $T_e p + 1$ ergutusahela inertsi. Ajakonstandi T_e määrab praktiliselt erguti ergutusmähis. Summeerimisel kasutatavaid kaalutegureid $k_U, \dots, k_\delta''$ nimetatakse *reguleerimiskoeffitsientideks*. Juhul kui näiteks nurga või tuletiste järgi reguleerimist tegelikult ei toimu, tuleb võrrandis (4.8) vastavate reguleerimiskoeffitsientide väärtused lugeda võrdseks nulliga.

Võrrandi (4.8) sobitamiseks võrrandisüsteemiga (4.7) tuleb elimineerida muutujad ΔU_G ja ΔI . Selleks lineariseerime seosed

$$U_G^2 = (E_q - x_{Gd} I_d)^2 + x_{Gd}^2 I_q^2$$

$$I^2 = I_d^2 + I_q^2$$

mis annab

$$\left. \begin{aligned} U_{G0}\Delta U_G &= (E_{q0} - x_{Gd}I_{d0})(\Delta E_q - x_{Gd}\Delta I_d) + x_{Gq}I_{q0}\Delta I_q \\ I_0\Delta I &= I_{d0}\Delta I_d + I_{q0}\Delta I_q \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Protsesse turbiinis kirjeldab võrrand, mille üldkuju on

$$M_M = f(\omega)$$

Lineariseerides selle võrrandi, saame

$$\begin{aligned} \Delta M_M &= \frac{dM_M}{d\omega} \Delta \omega \\ \Delta M_M &= M_{M0} \Phi_M \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \\ \boxed{\Delta M_M = \frac{M_{M0} \Phi_M}{\omega_0} p \Delta \delta} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Suurust

$$\Phi_M = \frac{\omega_0}{M_{M0}} \frac{dM_M}{d\omega}$$

nimetatakse **turbiini kiirustundlikkuseks**, mis näitab suhtelistes ühikutes (algtingimuste suhtes), kuidas muutub mehaaniline moment turbiini kiiruse muutumisel. Ilmselt $\Phi_M < 0$, sest kui kiirus kasvab ja võimsus ei muutu (kiirusregulaator ei toimi), peab moment vähenema. Olgu rõhutatud, et võrrand (4.10) ei kajasta AKR-i mõju, vaid protsesse turbiinis. Staatilise stabiilsuse vaatlemisel pole AKR-i arvestada vaja, sest see ei reageeri väikestele häiringutele.

Võrrandid (4.7), (4.8) ja (4.10), arvestades ka (4.9), annavad sünkroonmasinale kuuest võrrandist koosneva süsteemi, milles on seitse muutujat ΔI_d , ΔI_q , ΔE_q , $\Delta \delta$, ΔU , ΔE_r ja ΔP_M . Elektrisüsteemi talitluse kirjeldamisel moodustatakse need võrrandid iga sünkroonmasina kohta. Neile lisatakse püsitalitlusele vastavad võrguvõrrandid, mis seovad omavahel eri sünkroonmasinate pingete ja nurkade juurdekasvud ΔU ja $\Delta \delta$.

4.6 Ergutuse reguleerimise mõju staatilisele stabiilsusele

Eespool tuletatud sünkroonmasina diferentsiaalvõrrandid annavad võimaluse tutvuda AER-i toimega üksikasjalikumalt, võrreldes selle küsimuse lihtsustatud käsitlemisega punktis 2.3. Vaatleme lihtsaimat elektrisüsteemi tingimusel, et generaator on varustatud AER-iga. Kuna lihtsaimas süsteemis $\Delta U = 0$, siis on võrrandisüsteem tasakaalustatud.

Stabiilsuse määramise üldise korra kohaselt tuleb esmalt diferentsiaalvõrrandite alusel koostada karakteristlik võrrand ning seejärel hinnata stabiilsust kriteeriumide (4.2) järgi. Kuna vaadeldavad diferentsiaalvõrrandid annavad neljanda astme karakteristliku võrrandi

$$D(p) = a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4$$

siis saab aperioidilise ja perioodilise stabiilsuse piirid tingimustest

$$a_4 = 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_2 \end{vmatrix} = 0$$

Stabiilsuse kriteeriumidest tulenevate seoste analüütiline käsitlemine (nii nagu seda tehti punktis 4.4) on aga lootusetult kohmakas. Seetõttu vaatleme stabiilsuse piire, mis on saadud konkreetse näite arvutuste tulemusena.

4.6.1 Reguleerimine nurga järgi. Vaatleme esmalt juhtumit, kus reguleerimine toimub ainult nurga järgi, s.t

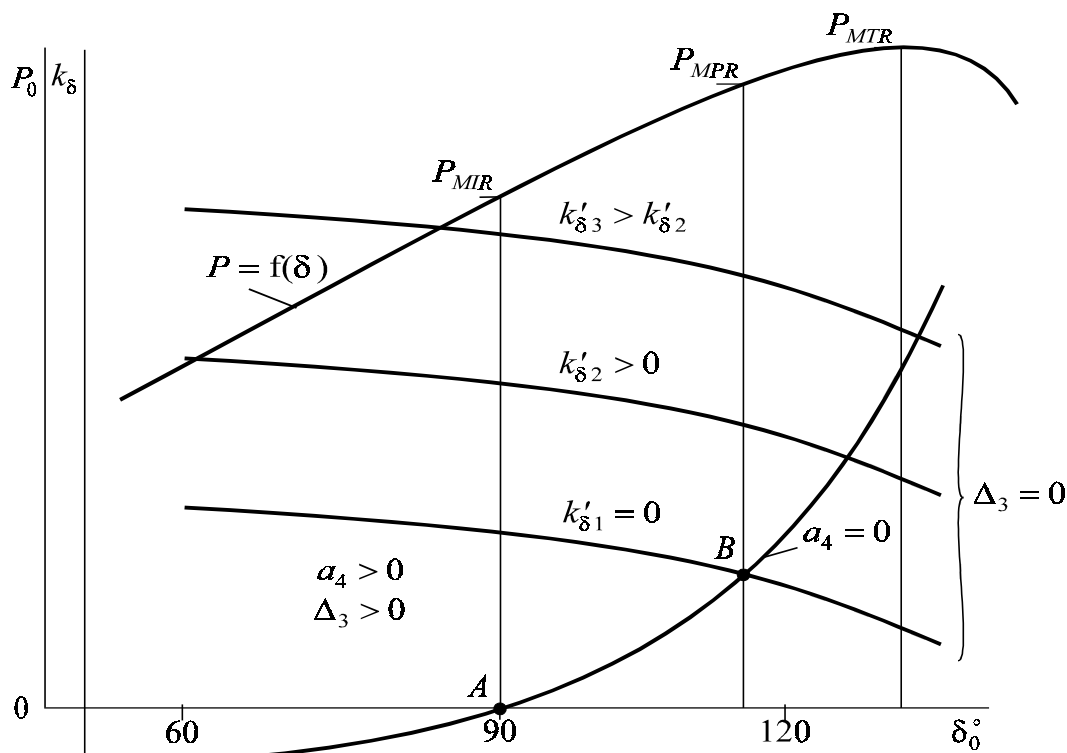
$$k_I = k'_I = k''_I = k_U = k'_U = k''_U = 0$$

Lisaks eeldagem, et esialgu ka

$$k'_\delta = k''_\delta = 0$$

mis sisuliselt viitab proportsionaalregulaatorile. Vastavad aperioidilise ja perioodilise stabiilsuse piirid on joonisel 4.9 esitatud koordinaadistikus k_δ, δ_0 . Võimaldamaks võrdlemist lihtsustatud käsitlel saadud tulemustega, on sellele joonisele kantud ka P -telg ja väliskarakteristik $P_0 = f(\delta_0)$.

Pöörame esmalt tähelepanu punktile A, mis vastab staatilise stabiilsuse piirile, kui $k_\delta = 0$. Sellel juhul on kõik AER-i reguleerimiskoefitsiendid nullid. See ei tähenda siiski AER-i puudumist, sest võrrandites, millest me lähtusime, $U_G = U_{G0} = \text{const}$. Tegemist on stabiilsuse piiriga, mis lihtsustatud käsitlel vastas inertsiaalregulaatorile. Sama tulemuse P_{MIR} saame ka nüüd.



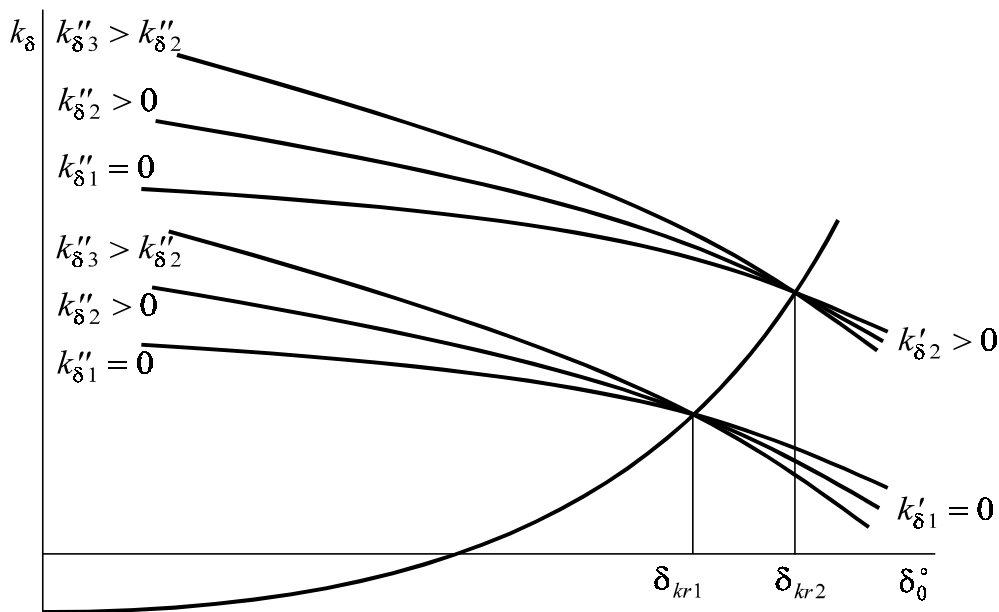
Joonis 4.9 Aperiodilise ja perioodilise stabiilsuse piirid reguleerimisel nurga järgi

Kui reguleerimiskoeffitsient $k_\delta > 0$, siis annab kriitilise nurga aperiodilise ja perioodilise stabiilsuse piirkõverate lõikepunkt B . Vastav suurim võimsus P_{MPR} on sama mis proportsionaalregulaatori korral.

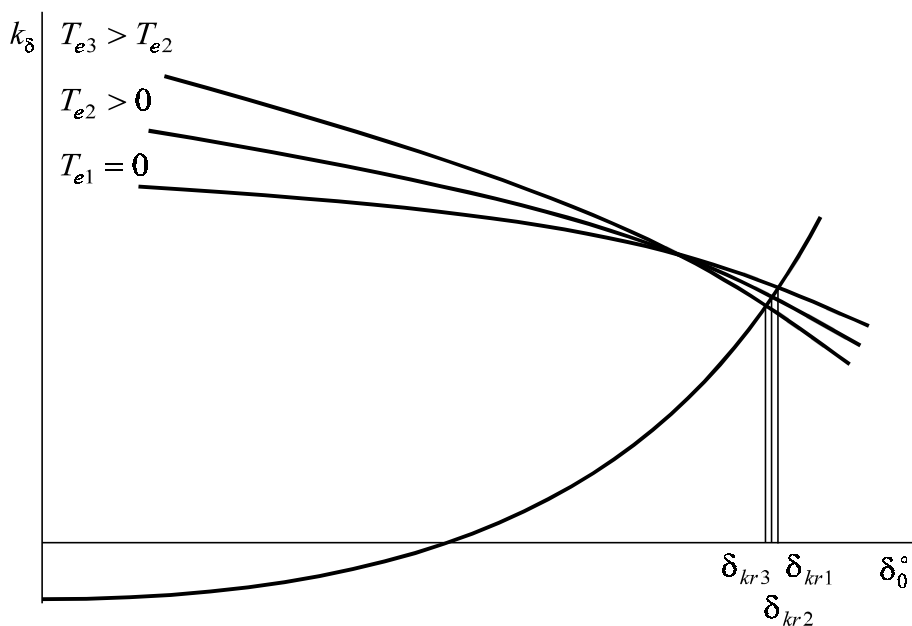
Ergutuse reguleerimisel nii nurga kõrvalekalde kui esimese tuletise järgi jääb aperiodilise stabiilsuse piir samaks, perioodilise stabiilsuse piir nihkub aga seda kõrgemale, mida suurem on koeffitsient k'_δ . Vastavalt suureneb ka kriitiline nurk ja suurim võimsus. Mingil koeffitsient k_δ väärtusel saavutatakse olukord, kus kriitiline nurk vastab nurkkarakteristiku maksimumile ja seega ka piirvõimsusele P_{MTR} ehk tugevatoimelise regulaatori korral saavutatavale maksimumile. Reguleerimiskoeffitsiendi k_δ edasisel suurendamisel kasvab kriitiline nurk veelgi (teoreetiliselt kuni 180°). Maksimaalne saavutatav võimsus muidugi kasvada ei saa, küll aga võib tekkida kaks stabiilset tööpunkti!

Reguleerimine teise tuletise järgi muudab vaid perioodilise stabiilsuse piiri, mis pöörduv nii, et kriitiline nurk ei muutu (joonis 4.10). Reguleerimine teise tuletise järgi ei muuda seega suurimat võimsust, küll aga suurendab stabiilsuse piirkonda. Vajadust stabiilsuse piirkonna suurendamiseks vaatleme lähemalt punktis 4.7.

Joonised 4.11 ja 4.12 illustreerivad ergutusregulaatori inertsia ja turbiini kiirustundlikkuse mõju. Näeme, et mõlemad suurendavad stabiilsuse piirkonda analoogiliselt reguleerimisega teise tuletise järgi. Ergutusahela inertsikonstandi T_e suurenemisel väheneb aga mõnevõrra kriitiline nurk.

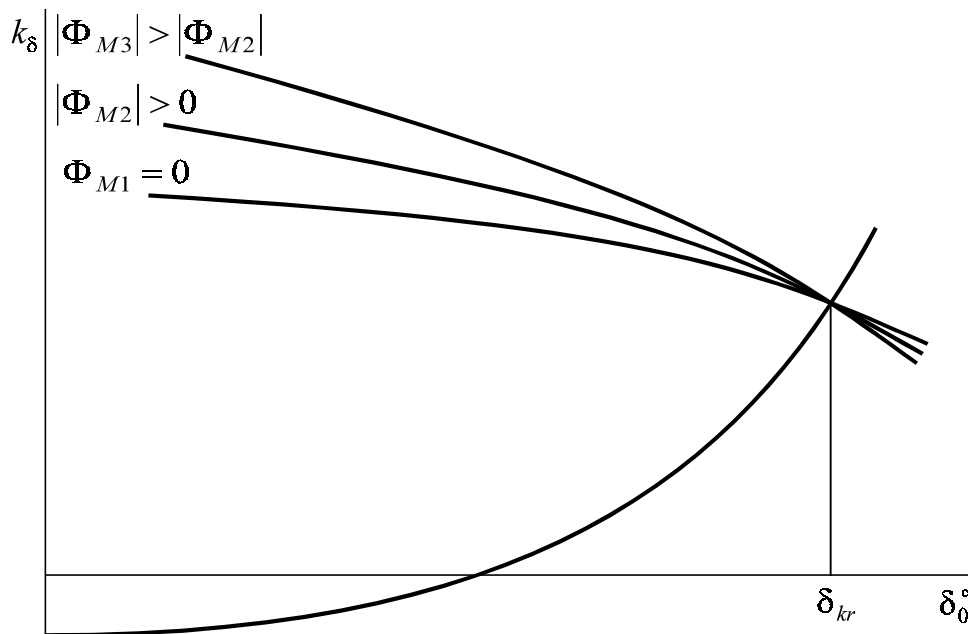


Joonis 4.10 Perioodilise stabiilsuse piiri sõltuvus reguleerimisest teise tuletise järgi

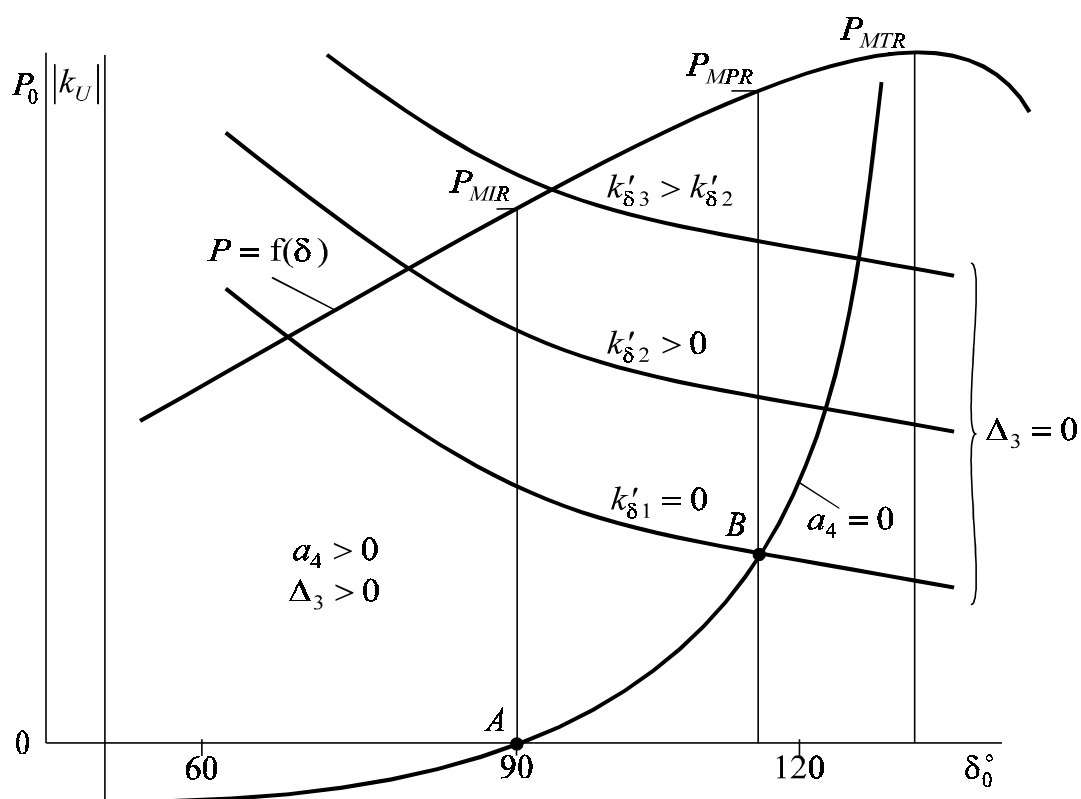


Joonis 4.11 Perioodilise stabiilsuse piiri sõltuvus reguleerimisahela inertsi

4.6.2 Reguleerimine pinge järgi muudab stabiilsuse piirkõverate kuju (joonis 4.13). Kõige olulisem erinevus, võrreldes reguleerimisega nurga järgi, seisneb selles, et aperioidilise stabiilsuse piirkõver läheneb asümptootiliselt nurgale, mis vastab väliskarakteristiku maksimumile. Selle tõttu võib kriitiline nurk nimetatud väärtusele vaid läheneda ja suurima võimsuse P_{MTR} saavutamine on ainult teoreetiliselt võimalik. Muus osas (teise tuletise, reguleerimisahela inertsi ja turbiini reguleeriva efekti mõju) on järeldused samad kui reguleerimisel nurga järgi.

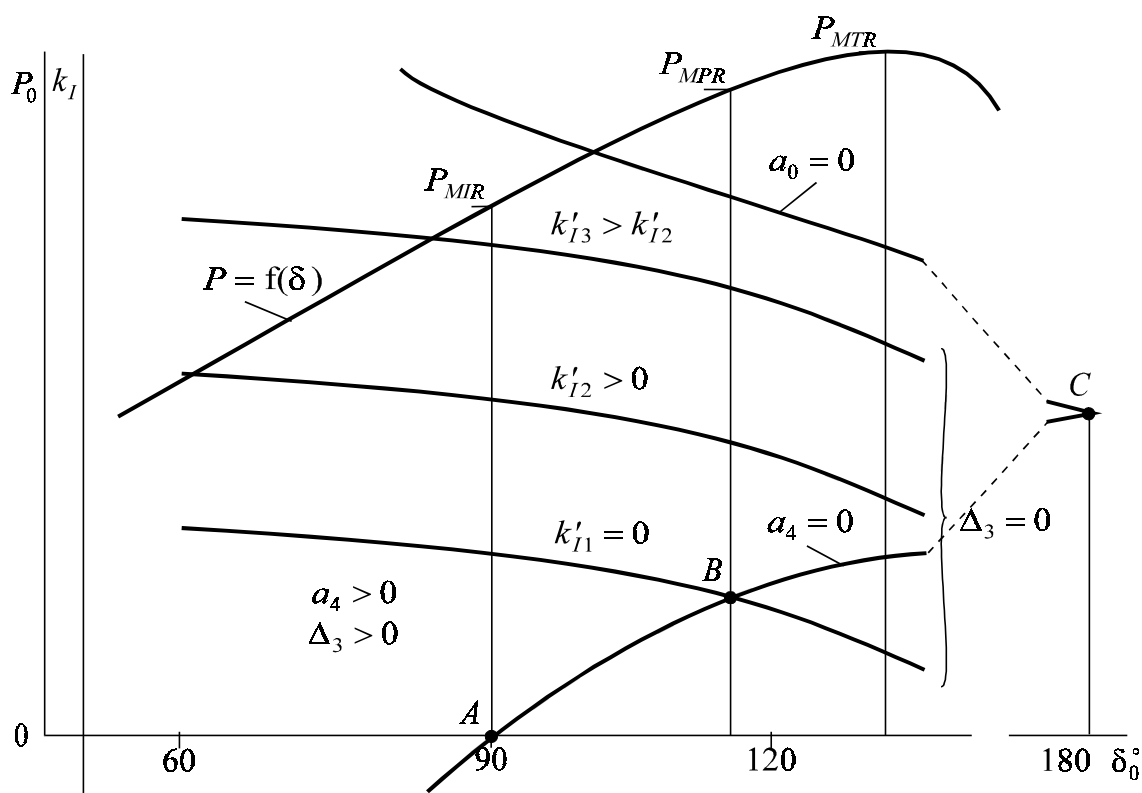


Joonis 4.12 Perioodilise stabiilsuse piiri sõltuvus turbiini kiirustundlikkusest



Joonis 4.13 Aperioidilise ja perioodilise stabiilsuse piirid reguleerimisel pinge järgi

Jooniselt 4.14 näeme, et piirkõverad $a_0 = 0$ ja $a_4 = 0$ lõikuvad nurga $\delta = 180^\circ$ juures. Teoreetiliselt on saavutatavad samad kriitilised nurgad kui reguleerimisel nurga järgi. Lisaks piisavalt suurele reguleerimiskoeffitsiendile k_I' peab olema sobiv ka koefitsiendi k_I väärtus. Reguleerimine teise tuletise järgi, inerts reguleerimisahelas ja turbiini kiirustundlikkus mõjuvad ka siin analoogiliselt reguleerimisele nurga järgi.



Joonis 4.14 Aperioidilise ja perioodilise stabiilsuse piirid reguleerimisel voolu järgi

© M.Meldorf

Käesolevas punktis saadud tulemused kinnitavad stabiilsuse lihtsustatud käsitlusel tehtud järeldusi. Nägime muuhulgas, et kui reguleerimine toimub vaid kõrvalekalde järgi sättesuurusel, siis on põhimõtteliselt saavutatav suurim võimsus P_{MPR} , mis lihtsustatud käsitluses vastas proportsionaalregulaatorile. Võime lugeda tõestatuks väite, et proportsionaalregulaator kindlustab rootori aheldusvoo (ka mööduva elektromotoorjõu E'_q) konstantsuse, sest sellel põhines lihtsustatud käsitluses maksimaalvõimsuse P_{MPR} arvutus. Ka on alati saavutatav (vähemalt teoreetiliselt) tugevatoimelisele regulaatorile vastav suurim võimsus P_{MTR} , kui reguleerimine toimub esimese tuletise järgi.

Reguleerimissüsteemi valikul tuleb peale stabiilsuse tagamise arvestada muid asjaolusid. Ennekoike on vaja tagada ettenähtud pingele elektriijaama lattel. Seega peab alati toimuma reguleerimine pingele järgi. Nurga δ mõõtmine on tehniliselt tülikas (vaja on töökindlat telekanalit), mistõttu kasutatakse nurga järgi reguleerimist vaid siis, kui see on stabiilsuse kindlustamiseks vältimatu. Sama võib öelda reguleerimise kohta esimese ja teise tuletise järgi, sest see nõuab keeruka konstruktsiooniga regulaatorit. Kui stabiilsuse kindlustamise tingimused lubavad (s.o keskmistes tingimustes), toimub ergutuse reguleerimine vaid pingele ja voolu kõrvalekalde alusel sättesuurusel.

4.7 Keeruka süsteemi stabiilsuse määramine

4.7.1 Lähtetingimused. Keeruka elektrisüsteemi stabiilsuse määramist alustatakse nii nagu mis tahes muudki talitluse arvutamist lihtsustamistest (koormuste ja generaatorite ülekandmine, võrguskeemi teisendamine jms). Tähele tuleb panna, et säiliks stabiilsuse seisukohalt määravad elemendid (pikad liinid, suured koormussõlmed jm).

Lihtsaima süsteemiga võrreldes peab arvesse võtma võimalikku *sageduse kõrvalekalde* lähteseisundis ja ka häiringu ajal, sest reaalses süsteemis puuduvad konstantse pingega latid. Koormust tuleb arvestada *staatiliste karakteristikute* kaudu. Need esitavad koormuse sõltuvuse nii pingest kui sagedusest.

Keeruka süsteemi stabiilsuse määramist raskendab diferentsiaalvõrrandisüsteemi kõrge järk. Kui aga piirduda ainult aperioidilise stabiilsuse arvutamisega, võib lähtuda püsitalitluse algebralistest võrranditest. Tõepoolest, kui diferentsiaalvõrrandites operaator p asendada nulliga, saab teatavasti püsitalitluse võrrandid. Vastav karakteristiklik võrrand omandab siis kuju

$$D(p) = a_n = 0$$

mis vastab aperioidilise stabiilsuse piirile. Tõsi, punktis 4.6 võisime veenduda, et kriitilise nurga ja suurima võimsuse määramiseks on vaja teada ka perioodilise stabiilsuse piiri. Eeldusel, et AER-i reguleerimiskoeffitsientidel on nõutavad väärtused, võime lähtuda samadest tingimustest kui stabiilsuse lihtsustatud käsitlemisel (sõltuvalt regulaatori tüübist kas $E_q = \text{const}$, $E'_q = \text{const}$ või $U_G = \text{const}$).

Kokku võttes tuleb aperioidilise stabiilsuse määramisel toimida järgmiselt:

- koostada püsitalitlusele vastav võrrandisüsteem
- lineariseerida võrrandid muutujate (kaasa arvatud sagedus) suhtes
- leida võrrandite kordajate determinant, mis annab karakteristliku võrrandi vabaliikme a_n
- leida tingimusest $a_n = 0$ stabiilsuse piir vajalikul kujul

4.7.2 Aperioidilise stabiilsuse määramise näide. Vaatleme kahte lõpliku võimsusega generaatorit sisaldavat süsteemi, mille skeem on joonisel 4.15. Esitame süsteemi talitlust kirjeldavad võrrandid kujul

$$(P_1 =) \frac{E_1 U}{x_1} \sin \delta_1 = P_{M1}$$

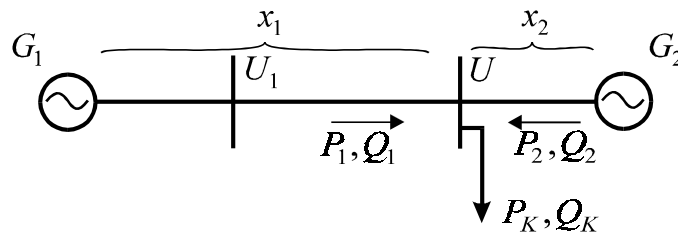
$$(P_2 =) \frac{E_2 U}{x_2} \sin \delta_2 = P_{M2}$$

$$P_1 + P_2 = P_K$$

$$Q_1 = \frac{E_1 U}{x_1} \cos \delta_1 - \frac{U^2}{(1+s)x_1}$$

$$Q_1 = \frac{E_2 U}{x_2} \cos \delta_2 - \frac{U^2}{(1+s)x_2}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_K$$



Joonis 4.15 Elektrisüsteemi põhimõtteskeem

Ülaltoodud valemities liige $1+s$, mis arvestab sageduse võimalikku kõrvalekallet nimiväärtusest lähteseisundis, on seletatav järgmiselt. Teatavasti

$$E = \omega \Psi \text{ ja } x = \omega L$$

kus nurksagedus ω avaldub nimisageduse ω_0 ja libistuse s kaudu järgmiselt:

$$\omega = \omega_0(1 + s)$$

Seega

$$E = \omega_0 \Psi(1 + s) \text{ ja } x = \omega_0 L(1 + s)$$

Kui nüüd kokku leppida, et suuruse E ja x väärtused vastavad nimisagedusele, s.o

$$E = \omega_0 \Psi \text{ ja } x = \omega_0 L$$

siis tulebki üldjuhul neid väärtusi läbi korrutada liikmega $1 + s$.

Kui toodud võrrandites elimineerida reaktiivvõimsused Q_1 ja Q_2 , saame nelja muutujaga δ_1 , δ_2 , U ja ω võrrandisüsteemi

$$\frac{E_1 U}{x_1} \sin \delta_1 = P_{M1}$$

$$\frac{E_2 U}{x_2} \sin \delta_2 = P_{M2}$$

$$P_1 + P_2 = P_K$$

$$\frac{E_1 U}{x_1} \cos \delta_1 + \frac{E_2 U}{x_2} \cos \delta_2 - \frac{U^2}{(1 + s)x_1} - \frac{U^2}{(1 + s)x_2} = Q_K$$

Lineariseerides need võrrandid, saame

$$N_{10} \Delta \delta_1 + P_{10} \frac{\Delta U}{U_0} - P_{10} \Phi_{M1} s = 0$$

$$N_{20} \Delta \delta_2 + P_{20} \frac{\Delta U}{U_0} - P_{20} \Phi_{M2} s = 0$$

$$N_{10} \Delta \delta_1 + N_{20} \Delta \delta_2 + P_{K0}(1 - \varphi_P) \frac{\Delta U}{U_0} - P_{K0} \Phi_P s = 0$$

$$\begin{aligned} - P_{10} \Delta \delta_1 - P_{20} \Delta \delta_2 + \left[Q_{K0}(1 - \varphi_Q) - U_0^2 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) \right] \frac{\Delta U}{U_0} - \\ - \left[Q_{K0} \Phi_Q - U_0^2 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) \right] s = 0 \end{aligned}$$

Suurused φ_P ja φ_Q kujutavad juba tuttavaid (p 2.6) koormuse pingetundlikkusi, mis siin väljenduvad kujul

$$\varphi_P = \frac{dP_K}{dU} \frac{U_0}{P_{K0}} \text{ ja } \varphi_Q = \frac{dQ_K}{dU} \frac{U_0}{Q_{K0}}$$

Analoogiliselt on määratud koormuse sagedustundlikkused

$$\Phi_P = \frac{dP_K}{d\omega} \frac{\omega_0}{P_{K0}} \text{ ja } \Phi_Q = \frac{dQ_K}{d\omega} \frac{\omega_0}{Q_{K0}}$$

Suurus Φ_M on turbiini kiirustundlikkus, mida vaadeldi ka punktis 4.5

$$\Phi_M = \frac{dM_M}{d\omega} \frac{\omega_0}{M_{M0}}$$

Kõnealustes võrrandites on lühiduse mõttes tähistatud

$$N = \frac{EU}{x} \cos \delta$$

Samuti on võetud $s_0 = 0$, mis tähendab, et kontrollitavas seisundis on sagedusel nimiväärtus.

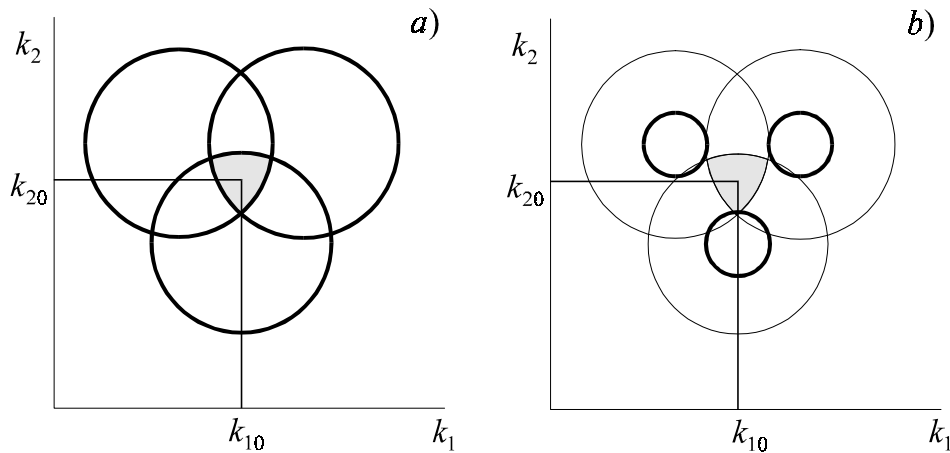
Karakteristliku võrrandi vabaliige on esitatav determinandina

$$a_n = \begin{vmatrix} N_{10} & 0 & P_{10} & -P_{10}\Phi_{M1} \\ 0 & N_{20} & P_{20} & -P_{20}\Phi_{M1} \\ N_{10} & N_{20} & P_{K0}(1-\varphi_P) & -P_{K0}\Phi_P \\ -P_{10} & -P_{20} & Q_{K0}(1-\varphi_Q) - U_0^2\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) & -Q_{K0}\Phi_Q - U_0^2\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) \end{vmatrix}$$

millest saamegi stabiilsuse piirtingimused meid huvitavaal kujul.

4.7.3 Perioodilise stabiilsuse määramine on võimalik vaid diferentsiaalvõrrandite alusel. Kõige enam sõltub perioodilise stabiilsuse piir AER-i reguleerimiskoeffitsientide väärtustest. Ilmselt on need otstarbekas valida nii, et ühed ja samad koeffitsiendid tagaksid perioodilise stabiilsuse kõikides tegelikult esinevates seisundites. Selline olukord on võimalik, kui erinevatele seisunditele vastavatel stabiilsuse piirkondadel on ühisosa reguleerimiskoeffitsientide koordinaadistikus (joonis 4.16 a). Kui stabiilsuse piirkondadel piirseisundites ühisosa ei ole, siis tuleb piirkondi laiendada (joonis 4.16 b). Laiendamine võib olla saavutatav ergutuse reguleerimisega teise tuletise järgi.

Märgitagu lõpuks, et staatilise stabiilsuse määramiseks võib eespool vaadeldud *Routh-Hurwizi* kriteeriumi kõrval kasutada veel teisi meetodeid. Valik sõltub ülesande tingimustest ja konkreetsest eesmärgist. Ka on täpsustatud arvutustes vaja arvestada küllastuse ja summutusmähise mõju.



Joonis 4.16 Stabiilsuspiirkondade piirasendid

4.8 Sagedusmeetodite rakendamine staatilise stabiilsuse määramiseks

4.8.1 Mihhailovi meetod. Kirjutame karakteristliku võrrandi

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n$$

ümber järgmiselt:

$$D(p) = a_0 (p - p_1)(p - p_2) \times \dots \times (p - p_n) = 0$$

kus p_k on võrrandi juured.

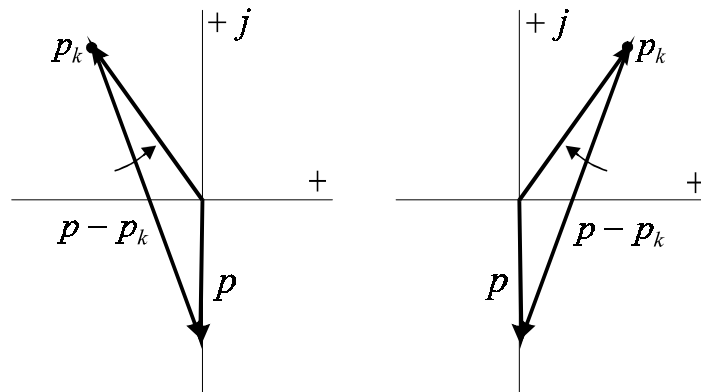
Vaatleme suuruse $D(p)$ argumenti, kui muutuja p liigub mööda imaginaartelge $p = -j\infty \rightarrow +j\infty$. Kuna

$$\arg D(p) = \sum_{k=1}^n \arg(p - p_k)$$

siis on otstarbekas vaadelda iga teguri muutumist eraldi. Suurus $p - p_k$ kujutab kompleksstapinnal vektorit (joonis 4.17). Kui p_k on vasakpoolne juur, siis vektor $p - p_k$ pöörduv positiivses suunas (vastupäeva) nurga π võrra. Parempoolse juure korral toimub pöördumine negatiivses suunas. Kui võrrandil $D(p) = 0$ on m parempoolset ja $n - m$ vasakpoolset juurt, siis argumendi juurdekasv on

$$(n - m)\pi - m\pi = (n - 2m)\pi$$

Siit tuleneb kriteerium: *karakteristliku võrrandi kõik juured on vasakpoolsed*, kui muutuja p väärtustel $p = -j\infty \rightarrow +j\infty$ hulkliikme $D(p)$ argumendi muut on $n\pi$.



Joonis 4.17 Vektorid kompleksstasapinnal

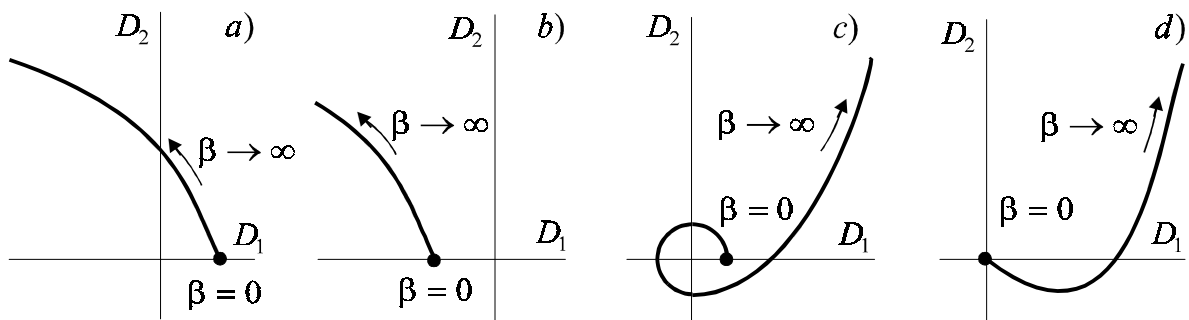
Jagame hulkliikme $D(j\beta)$ reaali- ja imaginaariosaks

$$D(j\beta) = D_1(\beta) + jD_2(\beta)$$

Kuna

$$\arg D(j\beta) = \arctan \frac{D_2(\beta)}{D_1(\beta)}$$

siis ühtib suuruse $D(j\beta)$ argument kõvera $D_2 = \varphi(D_1)$ raadiusvektori nurgaga. Kui hulkliikme $D(p)$ kõik juured on vasakpoolsed ja $\beta = -\infty \rightarrow +\infty$, siis teeb vektor $n/2$ täispööret, kui aga $\beta = 0 \rightarrow +\infty$, siis on nurga juurdekasv $n\pi/2$, sest kõver $D_2 = \varphi(D_1)$ on sümmeetriline (joonis 4.18).



Joonis 4.18 Raadiusvektori jälje näiteid: a) $n=2$ stabiilne; b) $n=2$ mittestabiilne; c) $n=4$ stabiilne; d) $n=4$ mittestabiilne

4.8.2 D-laotuse meetod annab häid tulemusi, kui on vaja leida ühe või kahe parameetri (näiteks reguleerimiskoeffitsiendi) kriitilist väärtust. Vaatleme karakteristlikku võrrandit kujul

$$D(p) = F(p) + \rho G(p)$$

kus ρ on parameeter. Formaalselt võime parameetrit ρ vaadelda kui kompleks-suurust

$$\rho = \sigma + j\nu$$

Ilmselt on kriitilised sellised ρ väärtused, mille juures $p = j\beta$

$$\rho = \sigma + j\nu = -\frac{F_1(\beta) + jF_2(\beta)}{G_1(\beta) + jG_2(\beta)}$$

Siit

$$\sigma(\beta) = -\frac{F_1G_1 + F_2G_2}{G_1^2 + G_2^2} \text{ ja } \nu(\beta) = -\frac{G_1F_2 - G_2F_1}{G_1^2 + G_2^2}$$

Kui β muutub $-\infty \rightarrow +\infty$, siis saame kõvera $\nu = f(\sigma)$, mille iga punkt vastab vähemalt ühele karakteristliku võrrandi imaginaarsele juurele.

Näide. Olgu

$$D(p) = p^4 + 2p^3 + 2p^2 + p + \rho = 0. \text{ Siis}$$

$$F(j\beta) = j\beta^4 + 2(j\beta)^3 + 2(j\beta)^2 + j\beta = \beta^2(2 - \beta^2) + j\beta(2\beta^2 - 1)$$

$$G(j\beta) = 1$$

Siit

$$\sigma(\beta) = -F_1 = \beta^2(2 - \beta^2)$$

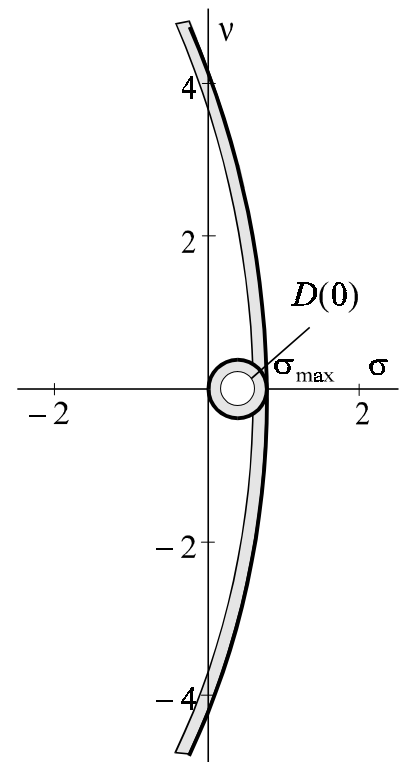
$$\nu(\beta) = -F_2 = \beta(2\beta^2 - 1)$$

mis kujutab kõvera $\nu = f(\sigma)$ parameetrilist võrrandit.

Joonisel 4.19 osutab selle kõvera viirutatud külj väiksema parempoolsete juurte arvuga piirkonnale. Selleks et kindlaks teha, kas need juured üldse puuduvad (süsteem on stabiilne), tuleb kasutada mõnda matemaatilist kriteeriumi (*Routh-Hurwizi* kriteerium, *Mihhailovi* meetod vms). Antud juhul on joonisel sellist piirkonda kujutatud ringi sees. Kuna parameeter ρ on reaalne suurus, siis tema lubatud

väärtused on $0 < \sigma < \sigma_{\max} = \frac{3}{4}$

Vaatleme nüüd juhtumit, kus karakteristlik võrrand sisaldab kaks reaalsel parameetrit σ ja ν



Joonis 4.19 Stabiilsus-piirkondade D-laotus

$$E_{Dd} = -\omega_0 M_{aDq} I_{Dq}$$

$$E_{Dq} = -\omega_0 M_{aDd} I_{Dd}$$

kus M_{aDq} ja M_{aDd} on staatori ja summutusmähiste vahelised vastastikused induktiivsused.

Rootori võrrandid saavad summutusmähise korral kuju

$$\left. \begin{aligned} p\Psi_r + r_r I_r &= E_r \\ p\Psi_{Dd} + r_{Dd} I_{Dd} &= 0 \\ p\Psi_{Dq} + r_{Dq} I_{Dq} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Kui nendes võrrandites teha samalaadsed teisendused mis ergutusmähise võrrandis (p 4.3), saame

$$\left. \begin{aligned} T_r p[(x_d - x'_d)I_d + E_q + g_1 E_{Dq}] + E_q &= E_r \\ T_{Dd}[(x_d - x_d^*)I_d + g_2 E_q + E_{Dd}] + E_{Dq} &= 0 \\ T_{Dq} p[(x_q - x_q^*)I_q - E_{Dd}] - E_{Dd} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

kus T_{Dd} ja T_{Dq} – summutusmähiste ajakonstant,

x_d^* ja x_q^* – takistused suletud summutusmähiste ja avatud ergutusmähiste korral,

g_1 ja g_2 – parameetrid, mis iseloomustavad rootori- ja staatorimähiste sidet

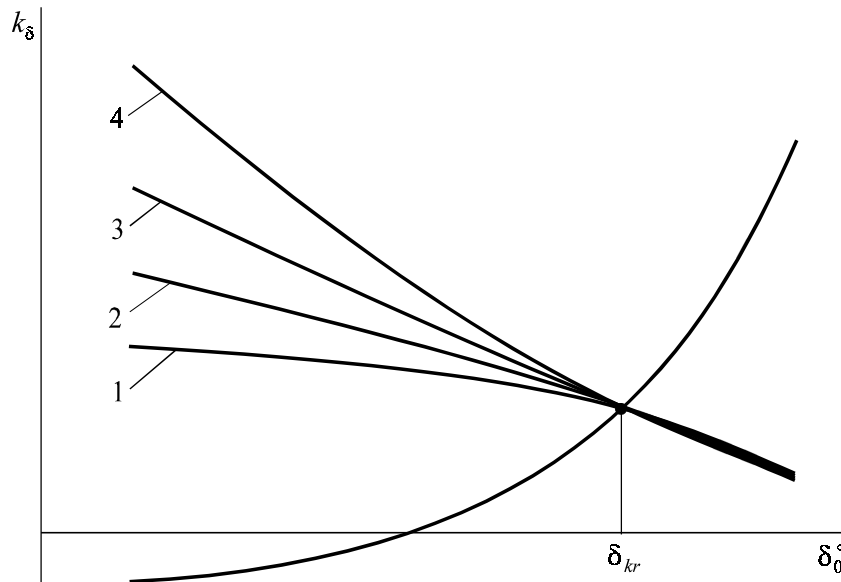
$$g_1 = \frac{M_{rDd} M_{ar}}{L_r M_{aDd}}, \quad g_2 = \frac{M_{rDd} M_{aDd}}{L_{Dd} M_{ar}}$$

Rootori liikumisvõrrandisse ilmuvad summutusmähise korral täiendavad elektrilise momendi komponendid. Kuna

$$M_E = UI_a + rI^2 = U(I_q \cos\delta - I_d \sin\delta) + r(I_d^2 + I_q^2)$$

siis asendades siin $U \cos\delta$ ja $U \sin\delta$ staatori võrranditest ning M_E omakorda võrrandisse (3.2), saame

$$\frac{T_J}{\omega_0} p^2 \delta + (x_d I_d + E_q + E_{Dq}) I_q - (x_q I_q - E_{Dq}) I_d = M_M$$



Joonis 4.22 Perioodilise stabiilsuse piiri sõltuvus summutusmähiste konstruktsioonist (1 – puuduvad, 2 – pikiteljes, 3 – põikteljes, 4 – mõlemas teljes)

Ülaltoodud kuus võrrandit moodustavad võrrandisüsteemi, kus muutujateks on I_d , I_q , E_q , δ , U , E_{rd} , E_{rq} , E_{Dd} ja E_{Dq} . Kui siia lisada veel välisahela ja ergutusahela võrrandid, saame tasakaalustatud võrrandisüsteemi. Lineariseerides selle ja kasutades eespool vaadeldud *Hurwizi* kriteeriumi või variatsioonivõrrandite otsese lahendamise meetodit, saame vajalikud stabiilsuse piirväärtused. Näitena võib vaadelda perioodilise stabiilsuse piiri sõltuvust summutusmähise konstruktsioonist (joonis 4.22). Aperoodilisele stabiilsusele summutusmähised mõju ei avalda.

4.10 Küllastuse mõju stabiilsusele

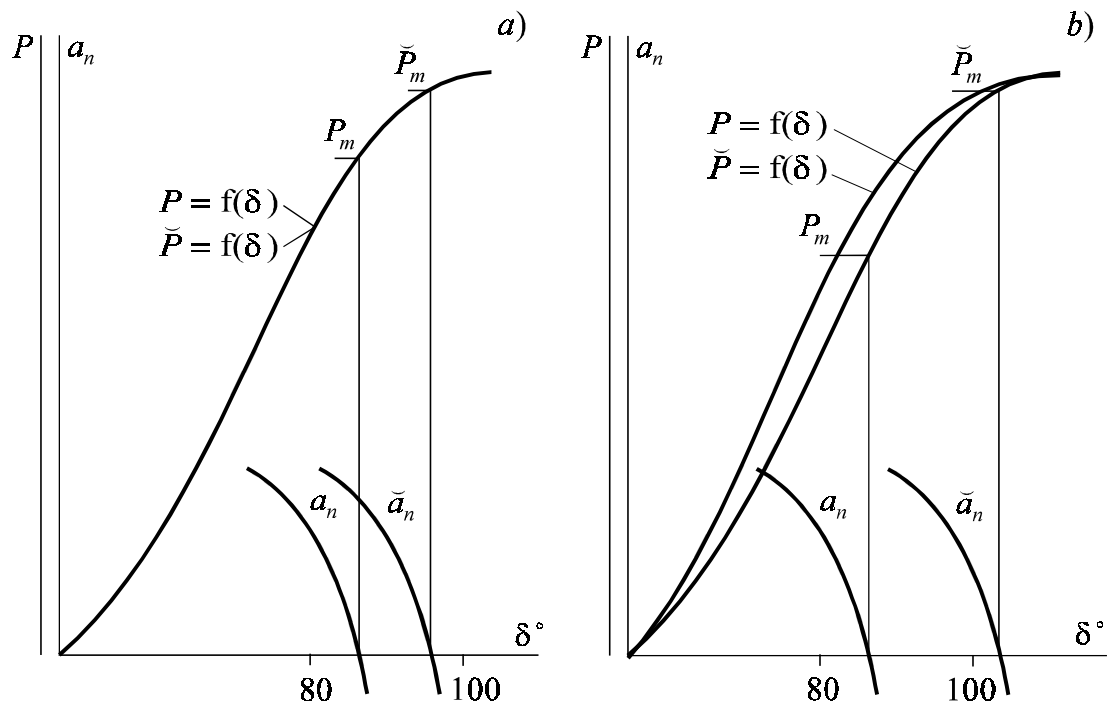
Seni eeldasime, et generaatori kõik parameetrid on konstantsed (ei sõltu talitlusest). Tegelikult on parameetrid magnetahelate küllastuse tõttu voolu funktsioonid. Küllastus mõjub peit- ja väljepoolustega masinates erinevalt. Väljepoolustega masina põikteljes on määravaks suur õhuvahe. Seetõttu ei avalda küllastus siin praktilist mõju ja takistuse x_q võib lugeda konstantseks. Peitpoolustega masinas mõjub küllastus mõlemas teljes.

Küllastus sõltub voolutugevusest ehk täpsemalt magnetomotoorjõust. Sama magnetomotoorjõu juures indutseeritakse küllastunud magnetahela korral väiksem elektromotoorjõud (joonis 4.23). Jooniselt selgub, et küllastuse arvestamisel on elektromotoorjõud õhupilus

$$\tilde{E}_q = E_{iq} \tan \alpha$$

Arvutustes tuleb tähele panna, et küllastust arvestav tegur η sõltub peitpoolustega masinal elektromotoorjõust $\tilde{E}_i$, väljepoolustega masinal aga elektromotoorjõust $\tilde{E}_{iq}$.

Stabiilsuse piiride muutust küllastuse arvestamisel on illustreeritud joonisel 4.24. Toodud näites suurenes maksimaalvõimsus väljepoolustega masinal küllastusest tingitult 11%, peitpoolustega masinal aga 18% (küllastus mõjub mõlemas teljes). Ligikaudsetes arvutustes võib peitpoolustega masinale küllastust põikteljes mitte arvestada ning kasutada väljepoolustega masina võrrandeid.



Joonis 4.24 Maksimaalvõimsused väljepoolustega (a) ja peitpoolustega (b) masina korral