

Tallinna tehnikaülikool
Elektroenergeetika Instituut

Peeter Raesaar

ELEKTRIVÕRKUDE TALITLUSE ANALÜÜS JA JUHTIMINE

I osa



**TALLINN
2000**

KIRJANDUS

1. Atif S. Debs. *Modern Power Systems Control and Operation*. - Kluwer Academic Publishers, 1988, 372 pp.
2. George L. Kusic. *Computer-aided Power Systems Analysis*. - New Jersey, Prentice Hall, Engelwood Cliffs, 1986, 404 pp.
3. M.J.H. Sterling. *Power System Control*. Peter Peregrinus Ltd, London, 1978, 248 pp.
4. В. И. Идельчик. *Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем*. М.: Энергоатомиздат, 1988, 288 с.
5. В. И. Идельчик. *Электрические системы и сети*. М.: Энергоатомиздат, 1989, 592 с.

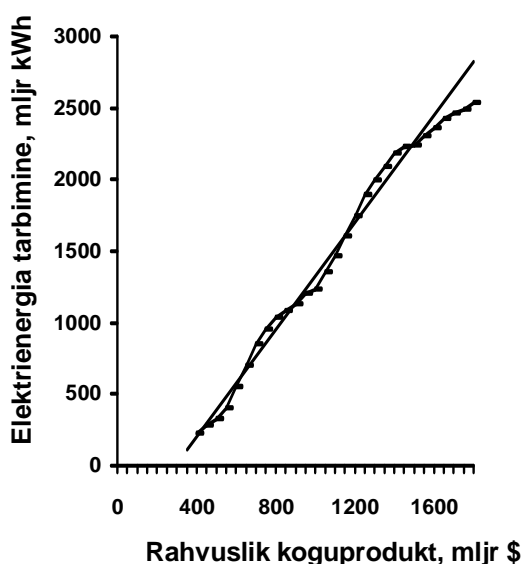
1. SISSEJUHATUS

1.1. AJALOOLINE ÜLEVAADE

Elektrisüsteemide talitluse juhtimise ja analüüsi teooria ning praktilised meetodid tekkisid koos elektrisüsteemide endi tekkega käesoleva sajandi algul ning nad arenesid koos süsteemide kasvuga, juhtimisteooria arenguga ja tehnoloogiliste uuendustega seadmete, sidevahendite ja arvutustehnika valdkondades. Majanduslikel ja töökindluse alastel kaalutlustel tekkisid suured, sageli rahvusvahelised ühendelektrisüsteemid. Nende keerukus tingis uue, hierarhilise juhtimisfilosoofia rakendamise elektrivarustuse töökindluse tagamisel ja juhtimiskeskuste loomisel.

Elektrisüsteemide talitluse analüüs ja juhtimine on arenenud nii evolutsiooniliselt kui nn vapustuste mõjul. Seejuures on areng toimunud tehnoloogilise arengu taustal, mis on teinud võimalikuks paljude teoreetiliste aspektide juurutamise igapäevapraktikasse.

Evolutsioonilised tendentsid - need on suhteliselt väikesed, kuid olulised, pidevalt toimuvad muudatused. Peamiste evolutsiooniliste mõjuteguritena võib nimetada järgmisi.



Joonis 1.1 USA elektrienergia tarbimise ja rahvusliku koguprodukti vaheline seos

- Tugev korrelatsioon elektritarbimise ja majandusliku kasvu vahel. Tarbimise ja sisemajanduse kogutoodangu (SKT) paralleelne kasv on jätkunud pidevalt, seda vaatamata 1929-1933 a suurele majanduskriisile, kahele maailmasõjale ja 1970-te aastate energiakriisile. Näitena on jn 1 toodud USA elektrienergia kogutarbimise ja rahvusliku koguprodukti vaheline seos.
- Jätkuv elektrifitseerimine tööstuses, olmes ja äri alal tänu elektrienergia kui kõige täiuslikuma energialiigi eelistele (elektrijamite levik tööstuses, elektritarvitite tung olmesse, uute elektrotehnoloogiate rakendamine tööstuses, teenenduses jm).
- Elektrisüsteemide ühendamine töökindluse ja majanduslikel kaalutlustel.

Vapustused on sündmused, mis on põhjustanud olulisi kõrvalekaldeid evolutsioonilisest arengust. Peamistena võiks nimetada järgmist kolme:

- Nn "sajandi avarii" Ameerika Ühendriikide kirdeosas 1965.a Ühe kaitserelee tõrke tõttu läksid rivist välja elektrisüsteemid Uus-Ingliismaal, New-Yorgis ja reas Kanada kagupiirkondades ning ca kümneks tunniks jäi elektrita piirkond umbes 40 milj elanikuga.
- Naftakriis 1973. a, mis veel aastaid hiljem aeglustas elektri ja teiste energialliikide tarbimise kasvutendentse, tugevdas energia kombineeritud ja hajutatud tootmise suundi ning tarbimise majanduslikku juhtimist.
- Suur avarii 1977. a New-Yorgis, mis toimus vaatamata olulistele täiendustele töökindluse alal ja avariitalitluste juhtimisel, näidates seega, et teha tuleks veelgi rohkem.

Tabel 1.1

Talitluse juhtimise ja analüüsi arengu peamised mõjutegurid

Tendents / vapustus	Mõjud
Elektritarbimise ja rahvusliku koguprodukti vaheline korrelatsioon	Süsteemide pidev kasv ja komplitseerumine
Jätkuv elektrifitseerimine	Vajadus töökindlama, kvaliteetsema ja rohkem automatiseeritud elektrivarustuse järele
Süsteemide ühendamine	Elektritootmise automaatne reguleerimine, talitluse optimeerimine, infovahetus, hierarhiline juhtimine
"Sajandi" avarii 1965. a	Töökindluse tõstmise vajadus
1970-te aastate naftakriis	Uue turu kujundamine, turu ja hinnamehhanismide rakendamine, energia tarbimise ja tootmise majanduslik juhtimine
1977. a New Yorgi avarii	Töökindluse hindamise ja tõstmise uued meetodid, häiringukindluse analüüs

Nimetagem siin ka mõningaid silmapaistvamaid elektroenergeetikateadlasi, kes on andnud suure panuse elektrisüsteemide talitluse analüüsi ja juhtimise teooriasse:

- **Nathan Cohn** - pioneer sageduse reguleerimise alal. Tema klassikalised tööd on leidnud ulatuslikku rakendust, eriti ühendsüsteemide juhtimisel.
- **Leon Kirchmayer** - talitluste optimeerimise pioneer 1950-dail aastail. Optimeerimine koos sageduse reguleerimisega olid süsteemi juhtimise põhikomponendid numbriliste arvutite eelsel ajal.

- **Thomas E. Dy Liacco** - pioneer elektrisüsteemide töökindluse alal 1960-te teisel poolel. Tema talitluste klassifitseerimine normaalseiks, raskendatud, avariilisteks ja avariijärgseiks on aluseks järgnevatele töödele töökindluse hindamise ja tõstmise alal.
- **William F. Tinney** - rakendas esimesena hõredate maatriksite tehnikat püsitalitluse analüüsil. Sellega ta revolutsioneeris arvutite kasutamise suurte võrkude probleemide lahendamisel, avaldades suurt mõju nii juhtimise kui planeerimise praktikale.
- **Lester H. Fink** - elektrisüsteemide juhtimise ja analüüsi juhtivamaid eksperte 1970-te teisel poolel.
- Mainida tuleks ka selliseid vene energeetikateadlasi, nagu **V.M. Gornõtein, I.M. Markovitš, S.A. Sovalov**. Eesti elektroenergeetikateadlastest tuleks esile tõsta **Lembit Krummi, Olaf Ternot, Mati Valdmat**.

1.2. ARENGU VÕTMESUUNAD

Mainitud tendentsid ja sündmused koos kasvanud nõuetega talitluse kvaliteedile on viinud mitmesugustele täiendustele ja uuendustele. Tähtsaimatena nendest võiks nimetada järgmisi.

Süsteemide töö koordineerimine. Sageduse reguleerimine ehk tänapäevasema nimetusega - võimsuse automaatreguleerimine - võimaldab rahuldada süsteemide enda koormusvajadusi kui kindlustada planeeritud vahetusvõimsused. Selles valdkonnas on edukalt rakendatud klassikalist tagasisidega reguleerimisteooriat.

Optimaalne talitus. Talitluse optimeerimise eesmärgiks on tagada minimaalsed tootmiskulud antud kitsenduste puhul. Sellega tagatakse koormuse optimaalne jaotus elektrijaamade vahel, samuti optimaalsed vahetusvõimsused süsteemide vahel. Tänu sellele kasutatakse maksimaalselt ökonoomsemate agregaatide eelseid, sõltumata nende omandusvormist. Tänu optimeerimisele kasutavad kõik elektriettevõtted igal ajahetkel kõige ökonoomsemaid agregate. Ökonoomsus saavutatakse kogu ühendsüsteemi ulatuses, mitte üksikute osade piires.

Töökindluse monitooring. Enne 1965. a avariid prevaleeris töökindluse arvestamine planeerimise ja projekteerimise staadiumis. Tagati vajalikud edastusvõimed, siirdetsesside stabiilsus ja teatud töökindluse normid. Peale nimetatud avariid tõstatati töökindluse sidushindamise vajadus. Süsteem töötab harva projekteerimisel aluseks võetud tingimustes. Vallasplaneerimisel pole võimalik arvestada kõikvõimalike sündmusi ja juhuslikke häiringuid. Sageli ei käitu koormused vastavalt prognoosidele. Suhteliselt sageli toimub genereerivate võimsuste, ülekandeliinide ja trafode ettenägematuid väljalülimisi. Töökindluse sidusmonitooring ehk nn häiringukindluse analüüs annab pideva ülevaate süsteemi hetkeolukorrast, võimaldab ennustada potentsiaalsete häiringute tagajärgi ning planeerida meetmeid halbade tagajärgede ärahoidmiseks.

Dispetçijuhtimise keskused. Töökindlaks juhtimiseks tuli luua dispetçijuhtimissüsteem. Varem piirdusid elektriettevõtted järelevaataja rolliga, elektriyaamade ja alajaamade juhtimine toimus põhiliselt kohapeal. Selline juhtimisviis ei võimaldanud süs-

teemset koordinatsiooni ning tema efektiivsus oli seega piiratud. Ülesüsteemiline dispetšijuhtimissüsteem koos telemehaanika ja automaatse andmehõive (SCADA - *Supervisory Control And Data Acquisition*) rakendamisega võimaldab automaatselt koordineerda juhtimisfunktsioone. Just dispetšijuhtimissüsteemid löid võimalused talitluse optimeerimiseks, häiringukindluse analüüsiks, võimsuste automaatreguleerimiseks, avariide juhtimiseks, lühiajaliseks prognoosimiseks, ulatuslikuks andmevahetuseks, seisundi estimeerimiseks, talitluse sidusjuhtimiseks jne. Kõik need funktsioonid on omavahel vastavalt koordineeritud, moodustades kaasaegse elektrisüsteemi talitluse ja selle juhtimise tausta.

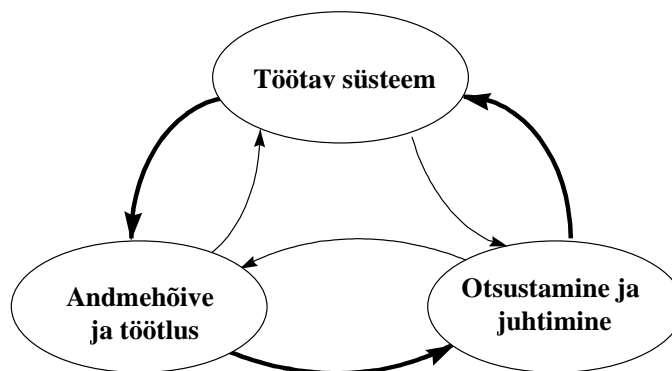
Hierarhiline juhtimine. Elektri jaama, alajaama, võrguettevõtet vms pole võimalik täielikult juhtida dispetšikeskustest. Need allüksused vahetavad infot keskdispetšitalitlusega ainult sedavõrd, kui võrd see on vajalik nende töö koordineerimiseks süsteemi ülejäänud osadega. Hierarhilisel juhtimisel on oma struktuur, reeglid ja piirangud. Keskdispetšer võib nõuda jaamade võimsuste ümberjagamist. Ühendsüsteemi dispetšer võib anda soovitusi võimsuste ümberjaotamiseks, kuumreservi hoidmiseks jne. Soovitused pole aga süsteemidele kohustuslikud. Pideva info, otsustuste ja juhtimissignaali vahetuse käigus kogu juhtimisprotsess häälestub ja harmoneerub reaalses maailmas.

Vaadeldud arengud ja täiustused on toimunud põhiliselt tänu saavutustele järgnevas kolmes valdkonnas:

- arvutitehnoloogia kiire areng
- sidesüsteemide areng
- moodsa juhtimisteooria ja tema rakenduste areng

1.3. JUHTIMISE JA TALITLUSE STRUKTUUR

Süsteemi talitluse juhtimise üldist struktuuri illustreerib jn 1.2. Andmehõive ja töötamise (SCADA) süsteemid koguvad talitlevast süsteemist infot süsteemi seisundite ja talitluse kulgemise kohta ning töötlevad seda kasutamiseks kõlblikule kujule. Selle info põhjal hinnatakse talitluse kvaliteeti ja tehakse juhtimisotsuseid. Juhtimissignaalid antakse edasi süsteemile, mis selle tulemusel muudab oma talitlust.



Joonis 1.2 Süsteemi talitluse juhtimise üldine struktuur

Otsustamine ja juhtimine

Põhilised otsustamis- ja juhtimisülesanded normaaltalitluses, nende eesmärgid ja saavutamise teed on kokkuvõtlikult esitatud tabelis 1.2. Tabel ei hõlma avariitalitluse juhtimist.

Tuleb märkida, et mitte alati pole automaatjuhtimine soovitatav või vajalik. Paljudes olukordades on vajalik dispetšeri vahelesegamine. Dispetšer teeb vajalikud otsused vastavalt juhtimiseesmärkide prioriteetidele, lähtudes talitluse tingimustest, ilmastikust, kogemustest jne.

Tabel 1.2

Otsustamise ja talitluse juhtimise ülesanded

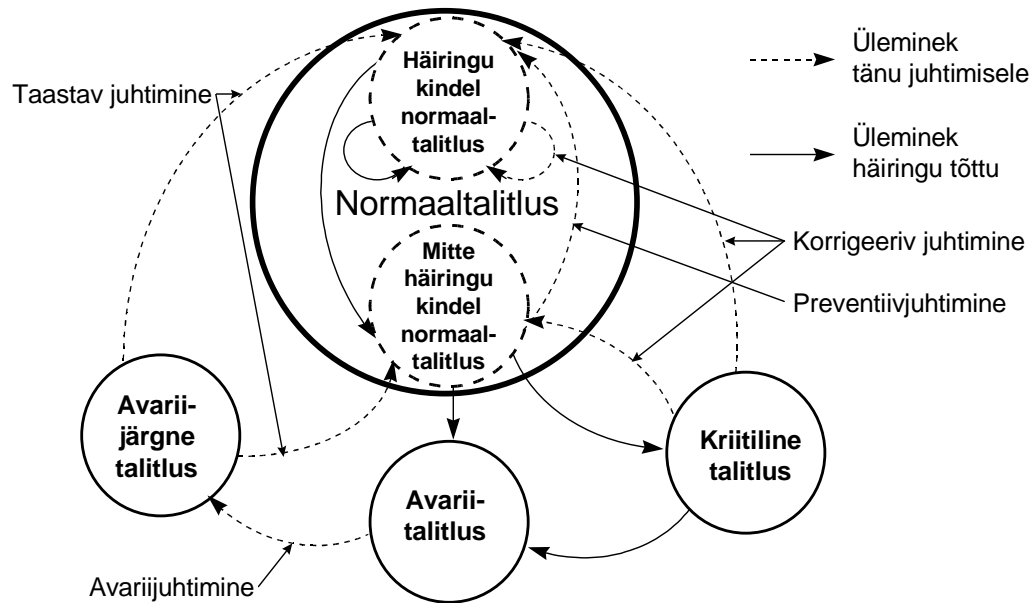
Ülesanne	Eesmärk	Info vajadus	Abinõud
Töö kvaliteet	Katkematu toide, väikesed sageduse ja pinge fluktuatsioonid	Võimsusvood, pinged, võrgu topoloogia	Võimsuste ümberjaotamine, vahetusvõimsuste juhtimine
Optimaalne töö	Minimaalne omahind	Võrgu, koormuste, jaamade andmed; kulufunktsioonid	Võimsuste ümberjaotamine, reaktiivvõimsuste juhtimine
Häiringu-kindlus	Maksimaalne kaitse juhuste vastu	Võimsusvood, pinged, jaamade andmed	Võimsuste ümberjaotamine, seisundi korrigeerimine
Süsteemne reguleerimine	Nõudluse pidev jälgimine	Jaamade dünaamilised karakteristikud, vahetusvõimsuste jaotus	Automaatreguleerimine, sätete korrigeerimine
Operatiivplaneerimine ja jaotamine	Majanduslike näitajate ja ressursside jaotuse parandamine	Koormuste prognoosid, jaamade ja võrgu andmed	Võimsuste jaotus jaamade ja agregaatide vahel

Andmehõive ja -töötlus

Otsustamis- ja juhtimisfunktsioonid ja nende täitmine sõltuvad suurel määral infost nii oleviku kui ka mineviku ja tuleviku kohta. Seejuures on vaja arvestada ka andmete ebakindlat iseloomu. Põhilisteks andmehõive ja -töötlemise ülesandeks on andmehõive vastavate telemõõtmisüsteemide ja SCADA abil, võrgu skeemi (topoloogia) identifitseerimine, süsteemi seisundi estimeerimine ja halbade andmete töötlemine ning koormuste prognoosimine – vt ka tab 1.5.

1.4. ELEKTISÜSTEEMI TALITLUSTE LIIGID JA JUTIMISE EESMÄRGID

Elektrisüsteemi talitluste liigitus on skemaatiliselt esitatud joonisel 1.3. Tabelis 1.3 on esitatud talitluste liigid, nende lühike iseloomustus ja põhilised eesmärgid nende juhtimisel.



Joonis 1.3 Elektrisüsteemi talitluste liigitus

Tabel 1.3

Elektrisüsteemi talitluste liigitus, iseloomustus ja juhtinise eesmärgid

Talitluse liik	Lühike iseloomustus	Juhtimise eesmärk
Normaaltalitus	Kõik seisundiparameetrid muutuvad suhteliselt aeglaselt lubatud piires	Talitluse seire, optimeerimine, toitepidevuse tagamine
– häiringukindel talitus	Häiringute puhul säilib normaal-talitus	Häiringukindluse säilitamine
– mittehäiringukindel talitus	Häiringute puhul ei säili normaal-talitus	Häiringukindluse taastamine
Kriitiline (raskendatud) talitus	Seisundiparameetrid muutuvad suhteliselt aeglaselt, kuid üks või mitu neist on väljunud lubatud piiridest	Normaaltalitluse taastamine
Avariitalitus	Seisundiparameetrid muutuvad kiiresti suurtes piirides	Rikke lokaliseerimine, avariilaienemise vältimine, töötalitluse taastamine (automaatne)
Avariijärgne talitus	Osa tarbijaid võivad olla väljalülitatud, süsteemi töösse jäänud osa talitus on normaalne	Normaalse häiringukindla talitluse taastamine kogu süsteemi ulatuses

Talitlust vaatleme, kui ajas kulgevat protsessi - seisundite ajalist järgnevust. See tõttu rakendatakse ülaltoodud liigitust ka seisundite kohta, rääkides normaal-, kriitilistest (e raskendatud), avarii- ja avariijärgsetest seisunditest. Normaalseisundid võib jaotada omakorda häiringukindlaiks ja mittehäiringukindlaiks. Talitlust iseloomustatakse seisundiparameetritega (pinged, pingektorite nurgad, võimsusvood, voolud, koormused ja genereerivad võimsused sõlmedes jne), mis muutuvad üleminekul ühest seisundist teise, s.t talitluse käigus. Talitluse analüüsil rakendatakse reeglina ühe kindla ajahetke, s.t seisundi analüüsi (arvutamise) meetodeid.

Sõltuvalt seisundiparameetrite muutumise kiirusest ja ulatusest liigitatakse talitlused ka püsi- ja siirdetalitlusteks.

Püsitalitlustes muutuvad seisundiparameetrid suhteliselt väikestes piirides ja suhteliselt aeglaselt. Püsitalitluste hulka kuuluvad normaal-, kriitilised ja avariijärgsed talitlused. Elektrisüsteem viibib põhilise osa ajast püsitalitluses. Kuna püsitalitluses võib talitusparameetrid suhteliselt pika aja jooksul lugeda küllaldase täpsusega konstantseiks, siis sageli räägitakse püsitalitluse analüüsi asemel püsiseisundi analüüsist.

Siirdetalitlusi iseloomustab parameetrite kiire muutumine suurtes piirides. Siirdetalitlustest pakuvad praktilist huvi avariitalitlused, kui raskeimad. Avariitalitluste kestus on suhteliselt lühike.

Käesolevas kursuses vaatleme ainult püsitalitluse juhtimise ja analüüsi ülesandeid.

1.5. PÜSITALITLUSTE ANALÜÜSI JA ANDMETÖÖTLUSE ÜLESANDED

Andmehõivesüsteemi abil saadud andmete töötlemiseks ja saadud info alusel juhtimisotsuste tegemiseks on vaja pidevalt lahendada mitmeid talitluse analüüsi ülesandeid. Teatud tinglikkusega võib need jaotada andmetöötluse ülesanneteks, seisundi (e jooksva talitluse) analüüsi ülesanneteks ja teatud talitusperioodi analüüsi ülesanneteks. Käesolevas kursuses käsitleme põhiliselt kahte esimest tüüpi ülesandeid. Teatud talitusperioodi ülesannete hulka tuleks lugeda elektri jaama aktiivvõimsuste, agregaatide koosseisu ja remontide optimeerimise ülesanded. Viimaseid käsitletakse lähemalt elektrisüsteemide optimeerimise kursuses.

Kokkuvõtliku ülevaate põhilistest andmetöötluse ülesannetest annab tabel 1.4. Nende ülesannete põhieesmärgiks on ülejäänud analüüsiülesannete varustamine vajaliku lähteinfoga. Koormuse prognoosi ülesanne kujutab endast koormuste ennustamist lähemaks või kaugemaks tulevikuks. Ennetusaeg võib seejuures aga olla väga erinev - mõnekümnest sekundist mõne aastani ja projekteerimise ning arengu planeerimise ülesannetes isegi mõnekümne aastani. Muidugi kasutatakse erinevate ennetusaegade puhul ka erinevaid prognoosimeetodeid. Ülejäänud ülesanded kujutavad endast süsteemist laekuvate mõõtmisandmete ja signaalide töötlemist. Töötlemine toimub reeglina reaajas (nn sidusanalüüs), s.t analüüsitakse jooksvalt süsteemist laekuvat informatsiooni. Siiski on mõeldav ka retrospektiivne analüüs, s.t varem laekunud ja salvestatud andmete hilisem vallasanalüüs.

Seisundianalüüsi põhiliste meetodite ülevaade on toodud tabelis 1.5. Nende ülesannete, v.a talitluse seire, iseloomulikuks jooneks on, et nad on sisuliselt planeerimisülesanded, kus lähteandmed saadakse mitte otsestest mõõtmistest vaid antakse teatud eeldustel ette. Ka siin võib ennetusaeg olla väga erinev sõltuvalt sellest, kas lahendatakse jooksva ja lühiajalise perspektiiviga talitluse probleeme või projekteerimise ning arengu planeerimise ülesandeid.

Tabel 1.4

Andmehõive ja -töötamise ülesanded

Ülesanne	Vajalikud insenerlikud teadmised	Matemaatilised vahendid
Võrgu topoloogiline analüüs	SCADA, võrgu mudelid	Topoloogiline analüüs
Seisundi estimateerimine	SCADA, mõõtmiste täpsus, võrgu mudelid	Maatriksanalüüs, mittelineaarsete võrrandite lahendamine, vähimruutude meetod, tõenäosuslikud meetodid
Halbade andmete töötlemine	Halbade andmete allikad, vigade piirid	Hüpoteeside testimine, jäme hindamine
Koormuste lühiajaline prognoosimine	Prognoosimise ja ilmastiku mudelid	Aegridade analüüs, tõenäosuslikud ja statistilised meetodid

Tabel 1.5

Elektrisüsteemi seisundite analüüsi põhiülesanded

Ülesanne	Vajalikud insenerlikud teadmised	Matemaatilised vahendid
Talitluse seire	Tehnilised (soojuslikud ja stabiilsuse- ning kvaliteedialased) kitsendused	
Püsiseisundi arvutus	Võrgu võrrandid, tehnilised kitsendused, võrgu ekvivalenteerimine	Maatriksanalüüs, mittelineaarsete võrrandite lahendamine, hõredate maatriksite tehnika
Püsiseisundi optimeerimine	Kadude arvutus, jaamade kulukarakteristikud	Lineaarne ja mittelineaarne planeerimine
Häiringukindluse analüüs	Võrgu võrrandid, tehnilised kitsendused, võrgu ekvivalenteerimine	Tundlikkuse analüüs, maatriksi inversiooni lemma

Tänu arvutustehnika võimsuse kasvule ja arvutusmeetodite täiustumisele lahendatakse tänapäeval ka planeerimisülesandeid praktiliselt reaajas, s.t vallasarvutustena, kuna ennetusajad on sageli juba alla minuti, seda eriti häiringukindluse analüüsil, aga ka talitluse jooksva optimeerimisel.

1.6. TÄHISED JA KOKKULEPPED

- Käesolevas kursuses eeldame üldiselt sinusoidaalset sümmeetrilist talitlust, mis võimaldab rakendada ühe faasi kohta käivaid arvutusi ja ühejoonelisi skeeme. Tulemused on laiendatavad kõigile kolmele faasile.
- Avaldiste lihtsustamiseks kasutame edaspidistes seostes tegelikest vooludest $\sqrt{3}$ korda suuremaid harude ja sõlmede voole.
- **Skalaarsuurused** - väikesed või suured tähed: U, I, x, y jne
- **Vektorid** – väikesed rasvased tähed: $\mathbf{h}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}$ jne
- **Maatriksid** – suured rasvased tähed: $\mathbf{Y}, \mathbf{G}, \mathbf{B}, \mathbf{J}$ jne
- **Komplekssuurused ja -maatriksid** – $\underline{U}, \underline{I}, \underline{x}, \underline{y}, \underline{\mathbf{h}}, \underline{\mathbf{Y}}, \underline{\mathbf{Z}}$ jne
- **Kaaskomplekssuurused** – $\underline{U}^*, \underline{I}^*, \underline{\mathbf{h}}^*, \underline{\mathbf{Y}}^*$ jne
- **Transponeeritud vektorid, maatriksid** – $\mathbf{h}^T, \mathbf{Y}^T, (\underline{\mathbf{Y}}^*)^T$ jne
- **Ühikmaatriks, nullmaatriks** – vastavalt $\mathbf{I}, \mathbf{0}$
- **Takistused** – $\underline{z} = r + jx, \underline{Z} = R + jX$

Seejuures $x_L > 0, x_C < 0$

Siin ja edaspidi indeks L tähistab induktiivse, indeks C aga mahtuvusliku iseloomuga suurusi.

- **Juhtivused** – $\underline{y} = g + jb, \underline{Y} = G + jB$

$$\text{Kuna } \underline{y} = \frac{1}{\underline{z}} = \frac{1}{r + jx} = \frac{r - jx}{(r + jx)(r - jx)} = \frac{r}{r^2 + x^2} + j \frac{-x}{r^2 + x^2}$$

siis $b_L < 0, b_C > 0$

- **Võimsused** – $\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$

$$\text{Seega } \underline{U} = \frac{\underline{S}}{\underline{I}^*}, \underline{I} = \frac{\underline{S}^*}{\underline{U}}$$

Seejuures genereerivad võimsused: $Q_{LG} > 0, Q_{CG} < 0$

Võimsuse injektsioon

$$\underline{S}_i = \underline{S}_{iG} - \underline{S}_{iK} = P_{iG} - P_{iK} + j(Q_{iG} + Q_{iK})$$

Siin indeks G tähistab genereerivat võimsust, indeks K aga koormusvõimsust.

2. ELEKTRIVÕRGU VÕRRANDID

Elektrivõrgu seisundite (talitluse) arvutused nõuavad võrgu esitust matemaatilise mudelina. Selliseks mudeliks on elektrivõrgu võrrandid, mis koostatakse võrgu ekvivalentse aseskeemi kohta.

2.1. ELEKTRIVÕRGU ASESKHEEM

Elektrivõrgu aseskeem koostatakse tema elementide aseskeemidest, mis ühendatakse vastavalt nende elementide tegelikule omavahelisele ühendusele vaadeldaval hetkel. Seega on võrgu aseskeem määratud tema elementide aseskeemidega ja aseskeemide parameetritega ning võrgu topoloogiaga.

Elektrivõrgu elemendid võib jaotada passiivseteks ja aktiivseteks.

Põhilisteks **passiivseteks elementideks** on elektriliinid, trafod, põikreaktorid ja -kondensaatorpatareid. Vahel võib võrk sisaldada ka selliseid elemente, nagu piki-reaktorid ja -kondensaatorpatareid, alalisvoolu ülekanded muundusjaamadega jm.

Aktiivseteks elementideks on genereerivad allikad – generaatorid ja sünkroonkompensaatorid – ning koormused. Aktiivseid elemente nimetatakse ka **injeksioonideks**.

Enamikes püsitalitluse arvutustes eeldatakse kolmefaasilise süsteemi seisund sümmeetriliseks ja seisundi parameetrid siinuseliselt muutuvaiks. See võimaldab kolmefaasilise süsteemi analüüsil piirduda ühe faasi suurustega ning esitada süsteem ühejoonelise aseskeemina. Tulemused on laiendatavad kõigile kolmele faasile.

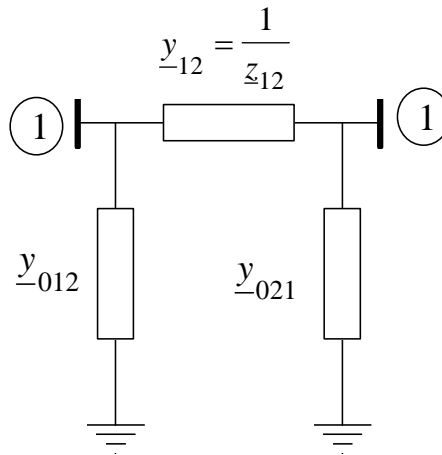
2.1.1. Elektriliinide aseskeemid

Elektriliin esitatakse tavaliselt **II-kujulise aseskeemina** (vt jn 2.1), mille parameetrid arvutatakse alljärgnevalt.

Pikijuhtivus

$$\underline{y}_{12} = g_{12} + jb_{12} = \frac{I}{\underline{z}_{12}} = \frac{I}{r_{12} + jx_{12}} \quad (2-1)$$

$$\text{kus} \quad g_{12} = \frac{r_{12}}{r_{12}^2 + x_{12}^2}; \quad b_{12} = -\frac{x_{12}}{r_{12}^2 + x_{12}^2} \quad (2-2)$$

Joonis 2.1 Elektriliini Π -kujulune aseskeem**Põikjuhtivus**

$$\underline{y}_{012} = \underline{y}_{021} = g_{012} + jb_{012} \quad (2-3)$$

Enamasti on elektriliinide aktiivpõikjuhtivus väga väike, s.t. $g_{012} \approx 0$. Erandiks võivad olla koroonakadusid arvestavad aktiivpõikjuhtivused pingetel üle 220 kV. Siiski arvestatakse koroonakadusid tavaliselt aktiivvõimsuse injektsioonidena (koormustena) liini otstes. Põikreaktiivjuhtivus on mahtuvusliku iseloomuga, s.t. $b_{012} > 0$.

Üldjuhul:

$$\underline{z}_{12} = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} \sinh(\underline{\gamma}l) = \underline{z}_L \sinh(\underline{\gamma}l) \quad (2-4)$$

$$\underline{y}_{012} = \sqrt{\frac{g_0 + j\omega C_0}{r_0 + j\omega L_0}} \tanh(\underline{\gamma} \frac{l}{2}) = \frac{1}{\underline{z}_L} \tanh(\underline{\gamma} \frac{l}{2}) \quad (2-5)$$

kus $r_0 + j\omega L_0$ – kilomeetriline näivtakistus

$g_0 + j\omega C_0$ – kilomeetriline põikjuhtivus

l – liini pikkus kilomeetrites

$\underline{\gamma}$ – levitegur

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)} \quad (2-6)$$

\underline{z}_L – lainetakistus

Kui liini pikkus $l < 300$ km siis piisava täpsusega

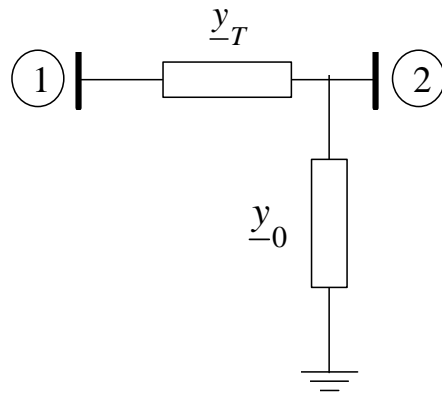
$$\begin{aligned} \underline{z}_{12} &= (r_0 + j\omega L_0)l \\ \underline{y}_{012} &= (g_0 + j\omega C_0) \frac{l}{2} \end{aligned} \quad (2-7)$$

Keskpingeliinide (pingega $U_N \leq 35$ kV) või lühikeste liinide (pikkustega $l < 50$ km) põikijuhtivused võib tavaliselt jätta arvestamata. Õeldu ei pruugi kehtida kaabelliinidele.

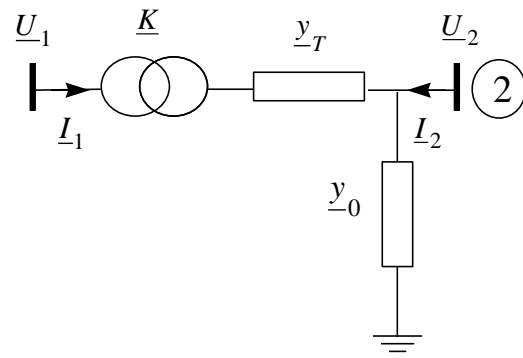
Ülipikkades liinides pikkusega üle 300...400 km tuleb siiski arvestada parameetrite jaotatud iseloomu. Selleks esitatakse sellised liinid mitme Π -kujulise lülina, millest igaüks esitab 200...300 km pikkust liinilõiku.

2.1.2. Trafode aseskseemid

Varasemas arvutuste praktikas, eriti käsitsi arvutustel taandati mitme pingega võrk eelnevalt ühele pingeastmele. Sellisel juhul esitati trafo Γ -kujulise aseskseemiga (jn 2.2).



Joonis 2.2 Kahemähiselise trafo Γ -kujuline aseskseem



Joonis 2.3 Kahemähiselise trafo Γ -kujuline aseskseem ideaalse trafoga

Aseskseemi parameetrid \underline{y}_T ja \underline{y}_0 leitakse trafo nimiaandmete alusel (vt elektri-võrkude kursus).

Kuna arvutusel ühele pingeastele taandamisega on rida puudusi (täiendavad arvutused, väiksem täpsus, raskused mitteno-minaalsete ja komplekssete ülekandesuhetega jm), siis tänapäevaste arvutuste praktikas seda ei kasutata vaid arvutus sooritatakse reaalsete pingetega. Sellisel juhul tuleb aseskseemi lisada ideaalne trafo ülekandesuhtega (jn 2.3):

$$\underline{K} = \frac{U_2}{U_1}$$

Tavaliselt on ülekandesuhe K reaalne, kuid põikireguleerimisega trafodel on ta kompleksne.

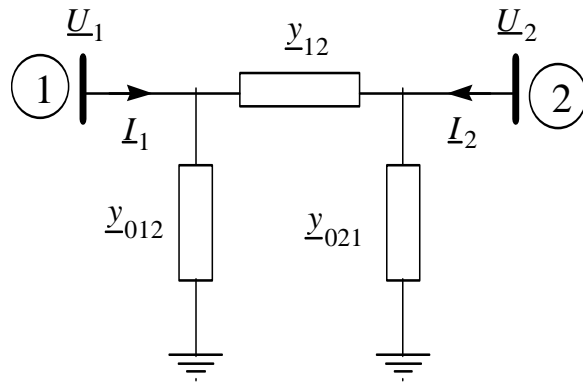
Sageli soovitakse saada aseskseemi, mis ei sisalda ideaaltrafosid. Sel juhul tuleb aseskseem joonisel 2.3 asendada ekvivalentse Π -kujulise aseskseemiga (jn 2.4), mis arvestab ka trafo ülekannet.

Avaldame selle aseskseemi parameetrid Γ -kujulise aseskseemi parameetrite kaudu.

$$\underline{I}_1 = \left(\underline{U}_1 - \frac{\underline{U}_2}{\underline{K}} \right) \underline{y}_T \underline{K}^2 = \underline{y}_T \underline{K}^2 \underline{U}_1 - \underline{y}_T \underline{K}^* \underline{U}_2$$

(2-8)

$$\underline{I}_2 = (\underline{U}_2 - \underline{U}_1 \underline{K}) \underline{y}_T + \underline{U}_2 \underline{y}_0 = -\underline{y}_T \underline{K} \underline{U}_1 + (\underline{y}_T + \underline{y}_0) \underline{U}_2$$



Joonis 2.4 Kahemähiselise trafo Π -kujuline aseskeem

ehk:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_T K^2 & -\underline{y}_T \underline{K}^* \\ -\underline{y}_T \underline{K} & \underline{y}_T + \underline{y}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

Teisest küljest, jooniselt 2.4 saame

$$\underline{I}_1 = \underline{y}_{012} \underline{U}_1 + (\underline{U}_1 - \underline{U}_2) \underline{y}_{12} = (\underline{y}_{012} + \underline{y}_{12}) \underline{U}_1 - \underline{y}_{12} \underline{U}_2 \quad (2-10)$$

$$\underline{I}_2 = (\underline{U}_2 - \underline{U}_1) \underline{y}_{21} + \underline{U}_2 \underline{y}_{021} = -\underline{y}_{21} \underline{U}_1 + (\underline{y}_{21} + \underline{y}_{021}) \underline{U}_2$$

ehk

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{12} + \underline{y}_{012} & -\underline{y}_{12} \\ -\underline{y}_{21} & \underline{y}_{21} + \underline{y}_{021} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

Seega saame seostest (2-9) ja (2-11)

$$\underline{y}_{12} = \underline{y}_T \underline{K}^*$$

$$\underline{y}_{21} = \underline{y}_T \underline{K}$$

$$\underline{y}_{012} = \underline{y}_T \underline{K}^* (\underline{K} - 1)$$

$$\underline{y}_{021} = \underline{y}_T (1 - \underline{K}) + \underline{y}_0$$

(2-12)

Seostest (2-12) on näha et joonisel 2.4 kujutatud aseskeemi saab rakendada ainult reaalse ülekandesuhtega (s.t ilma põikireguleerimisega) trafodele, sest ainult siis $\underline{y}_{12} = \underline{y}_{21}$ ja aseskeem omab reaalsel füüsilisel sisul. Sel juhul

$$\underline{y}_{12} = \underline{y}_T \underline{K}$$

$$\underline{y}_{012} = \underline{y}_T \underline{K} (\underline{K} - 1)$$

$$\underline{y}_{021} = \underline{y}_T (1 - \underline{K}) + \underline{y}_0$$

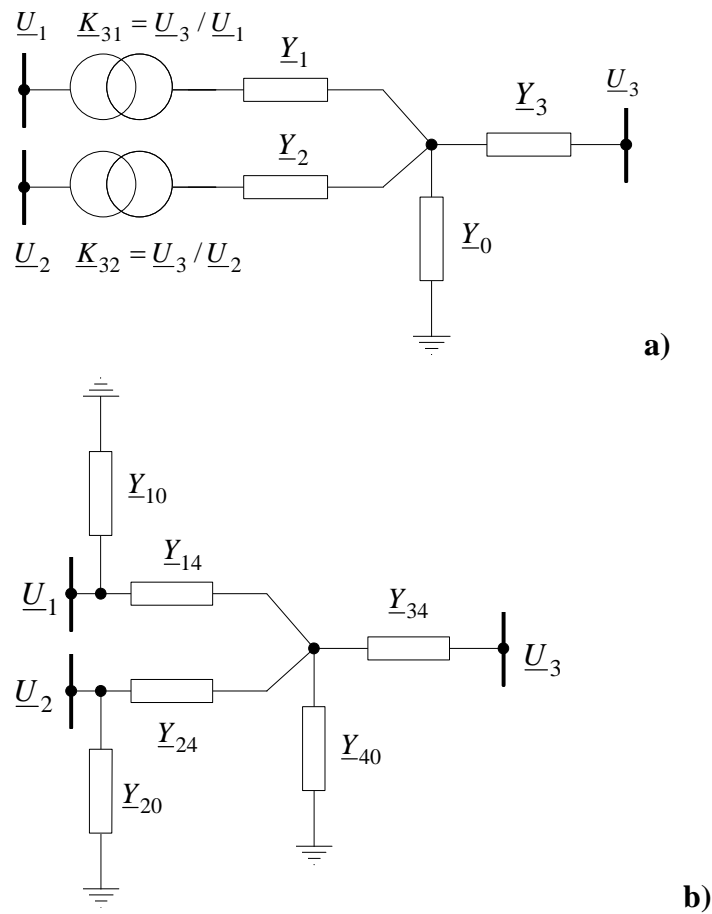
(2-13)

Põikireguleerimisega trafode puhul tuleb kasutada fiktiivset aseskeemi, mille piki-juhtivus sõltub sellest, kumbalt poolt trafot vaadata, s.t $y_{-12} \neq y_{-21}$ – vt (2-12).

Mõnevõrra teistsugused avaldised saame põikijuhtivustele, kui trafo magneetimis-ahel on esitatud ideaalse trafo ja pikijuhtivuse vahel:

$$\begin{aligned} y_{-012} &= y_{-T} K(K-1) + y_{-0} K^2 \\ y_{-021} &= y_{-T}(1-K) \end{aligned} \quad (2-14)$$

Kolmemähiselised trafod (s.h autotrafod) esitatakse tavaliselt kolmeaharulise tähena – vt jn 2.5.



Joonis 2.5 Kolmemähiselise trafo tähekujuuline aseskeem

a) - ideaalsete trafodega, b) - ilma ideaalsete trafodega

Ideaalsete trafodega aseskeemi (jn 2.5, a) parameetrid leitakse trafo nimiparameetrite alusel elektrivõrkude kursuses vaadeldud valemite järgi. Ilma ideaalsete trafodeta aseskeemi (jn 2.5, b) parameetrid leitakse samuti, kui kahemähiseliste trafode puhul. Ka siin omab viimane aseskeem füüsikalist sisu ainult reaalsete ülekandesuhete puhul, vastasel korral on tegemist puhtmatemaatilise mudeliga, millel puudub füüsikaline ekvivalent.

2.1.3. Piki- ja põikmahtuvused ja -reaktorid

Piki- ja põikmahtuvusi ja põikreaktoreid kasutatakse elektrivõrkudes pinge reguleerimiseks, pikireaktoreid aga lühisvoolude piiramiseks. Üldiselt pole püsiseisundi arvutusel teada, kas kondensaatorpatareid ja põikreaktorid on sisse- või välja lülitatud – see sõltub pingerežiimist. Seetõttu saadakse tulemus tavaliselt iteratiivsel teel.

Põikmahtuvused või -reaktorid esitatakse aseskeemis põikjuhtivusena, kusjuures tavaliselt võetakse aktiivjuhtivus võrdseks nulliga, s.t

$$\underline{Y}_0 = 0 + jb_0 \quad (2-15)$$

kusjuures

$$b_0 = \frac{Q_N}{U_N} \quad (2-16)$$

kus Q_N – kondensaatorpatarei ($Q > 0$) või reaktori ($Q < 0$) nimireaktiivvõimsus
 U_N – võrgu nimipinge

Pikimahtuvused ja -reaktorid esitatakse aseskeemis pikijuhtivustena, mille aktiivjuhtivus võetakse tavaliselt samuti võrdseks nulliga, reaktiivjuhtivus aga kondensaatoritel:

$$y_k = \omega C \cdot 10^6 \quad (2-17)$$

ja reaktoritel:

$$y_r = \frac{\sqrt{3}I_N}{U_N x_{r\%}} \cdot 100 \quad (2-18)$$

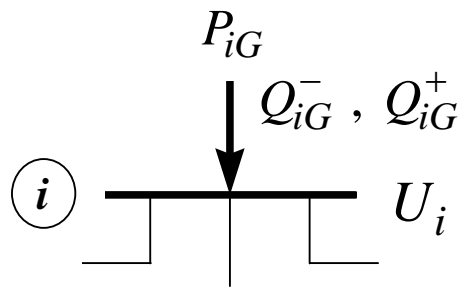
kus C – kondensaatori mahtuvus, μF
 $x_{r\%}$ – reaktori reaktants protsentides
 U_N, I_N – reaktori nimipinge ja -vool

2.1.4. Aktiivsete elementide esitamine aseskeemis

Genereerivad allikad - generaatorid ja kompensatorid

Püsiseisundis generaator genereerib teatud koguse aktiivvõimsust P_G (sünkroonkompensaator aga tarbib kadude jao) antud pingel U_G (mis vastab automaatse pingeregulaatori – APR – sättele). Generaator (kompensaator) toodab või tarbib (sõltuvalt ergutuse nivoost) ka reaktiivvõimsust Q_G .

Üldjuhul esitatakse elektri jaam või ja sünkroonkompensaator aseskeemis injektioonina, mille jaoks on teada (s.t antud) aktiivvõimsus P_{iG} ja pinge moodul U_i – vt jn 2.6.



Jn. 2.6 Generaatorsõlme (elektrijaama või sünkroonkompensaatori) esitamine aseskeemis

P_{iG} on generaatoritele määratud aktiivkoormuse optimaalse jaotuse ülesande lahendiga, sünkroongeneraatoreile on aga P_{iG} võrdne aktiivvõimsuskadudega kompensaatoris (s.t $P_{iG} < 0$).

Vaadeldavas sõlmes i on tundmatuiks (otsitavateks) pinge nurk δ_i ja reaktiivvõimsus Q_{iG} , mis on vajalik antud pingemooduli U_i kindlustamiseks. Et tagada arvutustulemuste lubatavus, peab arvutatud Q_{iG} rahuldama tingimust

$$Q_{iG}^- \leq Q_{iG} \leq Q_{iG}^+ \quad (2-19)$$

kus Q_{iG}^- , Q_{iG}^+ – genereeritava reaktiivvõimsuse minimaalne ja maksimaalne võimalik väärtus (s.t genereeritava reaktiivvõimsuse tehnilised piirid).

Selliselt esitatud genereerivate allikatega sõlmi nimetame edaspidi **generaatorsõlmedeks** e **PU-sõlmedeks**.

Erandjuhtudel võivad väikese võimsusega elektrijaamad (nt väike koostootmisjaam, väike jõevoolu HEJ jms) olla esitatud antud aktiivvõimsusega P_{iG} ja reaktiivvõimsusega Q_{iG} . Otsitavaiks on sel juhul pinge nurk δ_i ja pinge moodul U_i . Selliselt esitatud genereerivate allikatega sõlmi nimetame edaspidi tinglikult **koormussõlmedeks** nende analoogia tõttu sõlmedega, kus on antud koormus (vt allpool).

Elektrivõrgu arvutusel peab võrgus olema alati üks nn **balansisõlm** - sõlm, mille sisendvõimsust juhitakse nii, et see võrduks kõigi ülejäänud sõlmede võimsuste ja võrgu aktiivvõimsuskadude summaga. Reaalses süsteemis on selliseks sõlmeks sagedust või vahetusvõimsust reguleeriva elektrijaama latid, jaotusvõrgu arvutustel aga toitealajaama latid. Sellises sõlmes on aktiivvõimsus P_{iG} otsitavaks.

Samuti tuleb mistahes võrgu (süsteemi) arvutusel valida üks nn **baassõlm**, mille pingvektori fikseeritud faasinurga suhtes mõõdetakse ülejäänud seisundimuutujate vektorite nurki. Kuna nimetatud faasinurga fikseeritud väärtuse võib valida meelevaldselt, on kõige mugavamaks väärtuseks $\delta_b = 0$.

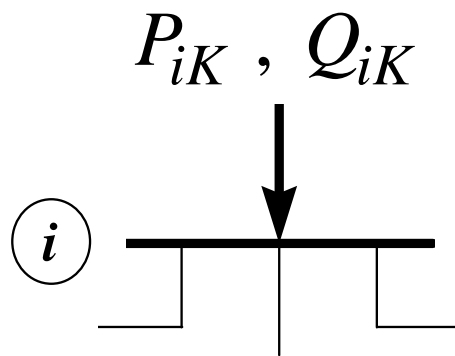
Tavaliselt balansisõlm ja baassõlm ühitatakse – sel juhul nimetatakse sellist sõlme **tugisõlme**ks. Seega on tugisõlmes antud suurusteks pinge nurk δ_b ja moodul U_b ehk teisisõnu - kompleksne pinge \underline{U}_b – nn **baaspinge**. Otsitavateks on tugisõlmes genereeritav aktiivvõimsus P_b (mis kindlustab võimsuste balansi) ja reaktiivvõimsus Q_b (mis tagab etteantud pingeniivo). Ühtlasi peavad olema etteantud ka reaktiivvõimsuse tehnilised piirid Q_b^- , Q_b^+ . Aktiivvõimsuse piire reeglina ei anta, kuna tugisõlme jaoks valitakse tavaliselt piisava aktiivvõimsusvaruga sõlm, et tagada võimsuste balanss.

Põhimõtteliselt võib võrgus olla ka teisi sõlmi, mis osalevad aktiivvõimsuste balansseerimisel. Nendes sõlmedes peab sel juhul olema antud pinge nurk ning reeglina on antud ka pinge moodul. Selliseid sõlmi nimetatakse üldiselt **jäiksõlmedeks**. Käesolevas kursuses siiski üldiselt selliste sõlmede olemasolu ei eeldata.

Nagu näeme, osaleb aktiivvõimsuse balansseerimises ainult tugisõlm, reaktiivvõimsuse balansseerimises aga nii tugisõlm kui ka ülejäänud genereerivad sõlmed.

Märkigem, et stabiilsuse analüüsil tuleb arvestada ka pinget tõstvat trafot. Püsitalitluse arvutustel mudel lihtsustub, kuna genereeriva allikana võib vaadelda elektrijaama ülempinge poolelt võrku sisenevat võimsust.

Koormused



Joonis2.6 Koormussõlme esitamine aseskeemis

Koormused esitatakse aktiiv- ja reaktiivvõimsuse injektsioonidena P_{iK} ja Q_{iK} – kas konstantsetena või staatiliste karakteristikute kaudu: $P_{iK}(U_i)$ ja $Q_{iK}(U_i)$. Koormused saadakse prognoosimise teel.

Otsitavateks on siin pinge moodul U_i ja nurk δ_i . Selliseid sõlmi (s.h tinglikult ka genereerivate allikatega sõlmi), kus antud on aktiiv- ja reaktiivvõimsus, otsitavaiks aga pinge nurk ja moodul, nimetame edaspidi **koormussõlmedeks**.

Kui sõlmes esineb üheaegselt nii genereeriv kui koormusvõimsus, siis aseskeemis esitatakse selline sõlm võimsuse injektsioonina, kusjuures

$$P_i = P_{iG} - P_{iK} \quad (2-20)$$

$$Q_i = Q_{iG} - Q_{iK}$$

Kui sõlmes on antud pinge moodul, jääb otsitavaks Q_{iG} ja seega ka Q_i ning tegemist on generaatorsõlmega (või tugisõlmega). Sel juhul reaktiivvõimsuse kitsendused rakenduvad võimsusele Q_i ja need võtavad kuju:

$$Q_{iG}^- - Q_{iK} \leq Q_i \leq Q_{iG}^+ - Q_{iK} \quad (2-21)$$

Lõpuks mainigem, et aseskeemis esineb ka sõlmi, kus puudub nii genereerimine, kui koormus. Selliseid sõlmi nimetatakse **passiivsõlmedeks**. Tinglikult võime selliseid sõlmi vaadelda ka, kui koormussõlmi, sest ka nendes on antud nii aktiiv- kui reaktiivvõimsus: $P_i = 0$, $Q_i = 0$, otsitavaiks on aga pinge moodul ja nurk.

Kokkuvõte

Ühendades võrgu elementide aseskeemid vastavalt võrgu skeemile ning tehes vajalikud lihtsustused (rööpjuhtivuste kokkuliitmine, injektsioonide leidmine sõlmedes jne), saadakse elektrivõrgu aseskeem, mis koosneb sõlmedest ja neid ühendavatest harudest ning injektsioonidest sõlmedes. Harusid sõlme ja maa vahel ni-

metame põikharudeks, harusid sõlmede vahel aga pikiharudeks. Kokkuvõtte ase-
skeemi sõlmede tüüpidest on toodud tabelis 2.3.

Tabel 2.1

Elektrivõrgu aseskeemi sõlmede tüübid

Sõlme tüüp	Iseloomustus	Antud	Otsitavad
Generaatorsõlm e PU-sõlm	Elektrijaamad, reaktiiv- võimsuse allikad	$P_i, U_i,$ Q_i^-, Q_i^+	δ_i, Q_i
Tugisõlm (nii baas- kui balansi- sõlm)	Sagedust või vahetus- võimsust reguleeriv jaam, jaotusvõrgu toitealajaam	$\delta_b = 0, U_b$ Q_b^-, Q_b^+	P_b, Q_b
Koormussõlm e PQ-sõlm	Koormused, väikesed elektrijaamad	P_i, Q_i või $P_i(U_i), Q_i(U_i)$	δ_i, U_i
Passiivsõlm	Puudub nii koormus kui genereerimine (sisuliselt koormussõlm)	$P_i = 0, Q_i = 0$	δ_i, U_i
Jäiksõlm	Sageduse või vahetus- võimsuse reguleerimises osalev jaam, jaotusvõrgu toitealajaam (käesolevas kursuses ei vaatle)	δ_i, U_i Q_i^-, Q_i^+	P_i, Q_i

2.2. ELEKTRIVÕRGU SKEEMI NUMBRILINE ESITUS

Efektiivsete arvutiprogrammide koostamisel on oluline topoloogiliste struktuuride, s.h võrgu skeemi ratsionaalne esitamine. Mitmesugused informatsioonilised struktuurid erinevad vajaliku mälu mahult ja töötlemiskiiruselt. Ideaalsed on struktuurid, mis kindlustavad nii minimaalse mäluvajaduse kui minimaalse arvutusaja. Siiski on reeglina need nõuded vastuolulised ja üldjuhul tuleb teha teatud kompromiss nende kriteeriumite vahel.

Üheks võrgu graafi numbriliseks esitamise võimaluseks on sidumatriksid (e ühenduste matriksid). Kuigi viimastel on oma osa matriksanalüüsil, pole arvutiprogrammides nende kasutamine efektiivne. Efektiivseimaks mooduseks on elektrivõrgu konfiguratsiooni esitamine suunatud graafina kahe järjestatud hulga abil – nimelt harude algussõlmede ja lõppsõlmede hulkadega \mathfrak{R}_a ja \mathfrak{R}_l ehk teisisõnu – harude algus- ja lõppsõlmede tabelina. Seejuures on programmide kasutajatele harude suundade ja sõlmede numbrite valik põhimõtteliselt meelevaldne. Vajalik numeratsiooni või orientatsiooni korrastamine (järjestikuste numbrite omistamine, numeratsiooni optimeerimine jms) toimub automaatselt programmi siseselt.

Hulgad \mathcal{R}_a ja \mathcal{R}_l (s.t harude algus- ja lõppsõlmede tabel) esitavad võrgu skeemi üheselt ja sisaldavad seega piisavat infot võrgu topoloogia kohta. Siiski on arvutuste efektiivsuse tõstmise huvides seda infot soovitatav täiendada sõlmede nn sõlmeümbrustega ja/või haruümbrustega. **Sõlme i sõlmeümbruseks** $\bar{u}(i)$ nimetatakse sõlme i vahetult ühendatud (s.t intsidentsete) sõlmede hulka. Analoogiliselt nimetatakse **sõlme i haruümbruseks** $h(i)$ sõlme i vahetult ühendatud (s.t intsidentsete) harude hulka. Reeglina piisab ainult üht tüüpi ümbrustest. Edaspidi peame sõlme ümbruse $\bar{u}(i)$ all silmas eelkõige sõlmeümbrust.

Ümbrused säilitatakse arvuti mälus tavaliselt kahe lineaarse massiivina. Esimeses antakse sõlmenumbrite järjekorras nende ümbrused (s.t vastavad hulgad), teises aga iga ümbruse esimese elemendi aadress esimeses massiivis. Teises võib anda ka sõlmede valentsid. Sõlme i **valentsiks** nimetame selle sõlme i vahetult ühendatud (intsidentsete) sõlmede (või harude) arvu.

Sõlmede ümbrused moodustab arvutusprogramm automaatselt harude algus- ja lõppsõlmede tabeli alusel. Ümbruste massiivid nõuavad küll teatud täiendavat mälu mahtu, kuid nende poolt loodud infoliigsus võimaldab märgatavalt tõsta programmide efektiivsust.

Vahel on otstarbekas kasutada spetsiaalseid struktuure radiaalskeemide (ka graafi puude) ratsionaalseks esitamiseks, mis kasutavad radiaalskeemide omadusi töötlemise efektiivsuse tõstmiseks. Üheks selliseks efektiivseks struktuuriks on radiaalse skeemi esitamine läbiõmmeldud binaarse graafina.

2.3. ELEKTRIVÕRGUVÕRRANDID

2.3.1. Seisundi põhiparameetrid ja võrguvõrrandid

Elektrivõrgu ülesannete lahendamisel võib seisundiparameetrid jagada, sõltuvalt lahendatavast konkreetsest ülesandest:

- sõltumatuiks e antuteks;
- sõltuvaiks e otsitavaiks.

Sõltuvate parameetrite koosseis oleneb samuti lahendatavast ülesandest ja võib üldjuhul olla väga suur (pingete moodulid ja nurgad, aktiiv- ja reaktiivvõimsusvood elementide alguses ja lõpus, voolud elementides, aktiiv- ja reaktiivvõimsuskoad elementides, pingelangud elementides jne).

Siiski võib sõltuvate parameetrite hulgast eristada teatud parameetrid, mis on arvutatavad **ainult elektrivõrguvõrrandite süsteemi lahendamise** teel. Nimetame neid edaspidi **seisundi põhiparameetreiks**. Teades põhiparameetreid, on kõikvõimalikud muud sõltuvad parameetrid arvutatavad lihtsate, elektrotehnikast tuntud seoste (Ohmi seadus, Kirchoffi seadused jne) abil.

Seega on enamiku võrguülesannete lahendamisel põhiprobleemiks seisundi põhiparameetrite arvutamine. Viimaste koosseis sõltub lahendamiseks valitud võrguvõrranditest (ja ka vastupidi - põhiparameetrite valik määrab võrguvõrrandid).

Tänapäeval on üldlevinud võrguvõrranditeks **sõlme pingevõrrandid** (edaspidi - **sõlmevõrrandid**) ja sellele vastavalt on seisundi põhiparameetriteks **pingete moodulid ja nurgad** sõlmedes.

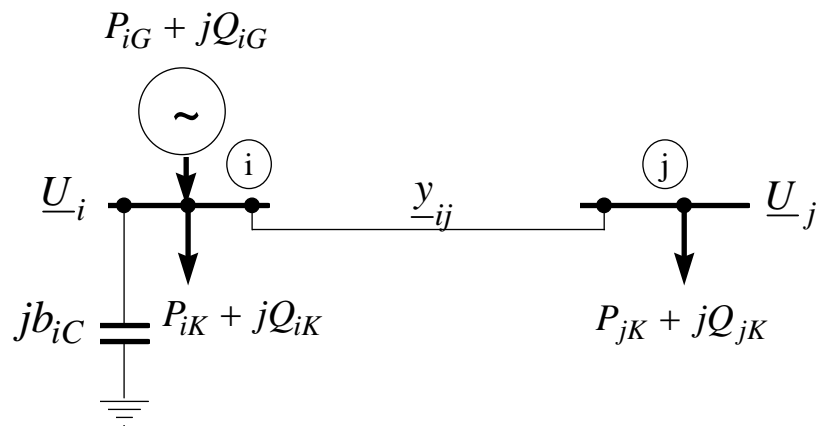
Võrreldes sõlme pingevõrrandeid teiste laialt tuntud võrranditega - **kontuurvoolude võrranditega** (edaspidi - **kontuurvõrrandid**), on esimestel palju eeliseid:

- Põhiline lähteinfo (koormused, genereerivad aktiivvõimsused, pingete moodulid) on antud sõlmede, mitte kontuuride jaoks.
- Sõlmevõrrandite kasutamisel kirjeldab võrku sõlmejuhtivuste maatriks, mis võrgu antud konfiguratsiooni puhul on koostatav üheselt. Kontuurvõrrandite puhul kirjeldab võrku kontuurtakistuste maatriks, mis pole üheselt määratud, vaid sõltub sõltumatute kontuuride valikust.
- Skeemi muudatuste puhul on sõlmejuhtivuste maatriksi modifitseerimine väga lihtne, kontuurtakistuste maatriks tuleb aga koostada uuesti.
- Sõlmevõrrandite kasutamisel on lihtne arvestada trafode mitternominaalseid ülekandesuhteid, kontuurvõrrandite puhul on see palju keerukam.
- Põikjuhtivuste arvestamine ei muuda sõlmevõrrandite arvu, küll aga põhjustab iga põikjuhtivus täiendva kontuurvõrrandi lisandumise.

Mainitud põhjustel vaatleme edaspidi ainult sõlmevõrrandeid.

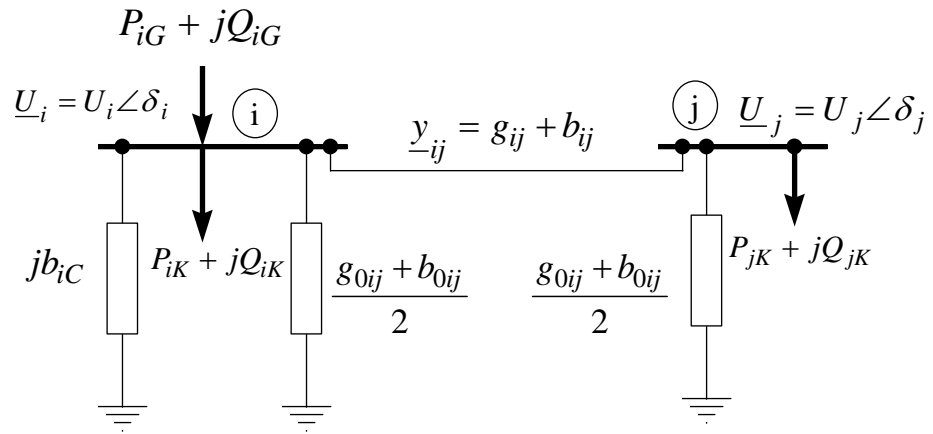
2.3.2. Sõlmevõrrandite tuletamine

Tuletame sõlmevõrrandid kahes etapis. Esimesel vaatleme lihtsat kahe sõlme süsteemi ja siis üldistame tulemused mitme sõlme võrgule. Vaatame kahe sõlme süsteemi joonisel 2.7.



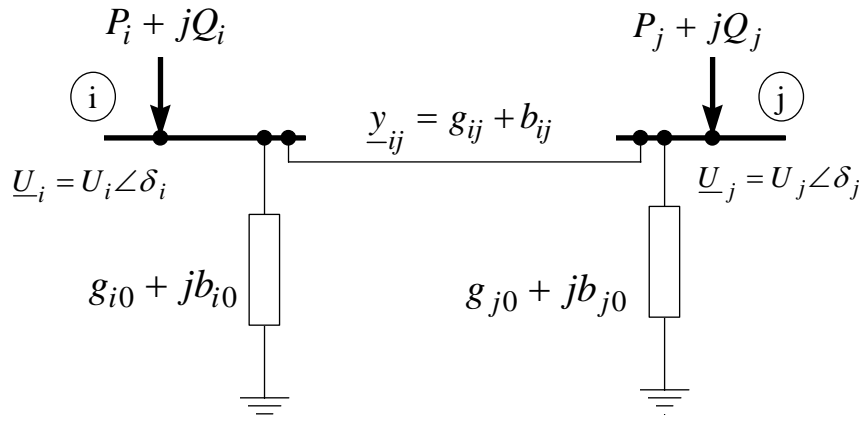
Joonis 2.7 Kahesõlmeline süsteem

Koostame toodud süsteemi aseskeemi:



Joonis 2.8 Kahesõlmelise süsteemi aseskeem

Lihtsustame toodud skeemi:



Joonis 2.9 Kahesõlmelise süsteemi lihtsustatud aseskeem

Siin

$$P_i + jQ_i = P_{iG} - P_{iK} + j(Q_{iG} - Q_{iK})$$

$$P_j + jQ_j = -P_{jK} - jQ_{jK}$$

$$g_{i0} + b_{i0} = \frac{g_{0ij}}{2} + j\left(\frac{b_{0ij}}{2} + b_{iC}\right)$$

$$g_{j0} + b_{j0} = \frac{g_{0ij}}{2} + j\frac{b_{0ij}}{2}$$

Sõlmevõrrandid voolude balansi kujul

Tuletame kõigepealt toodud süsteemile sõlmevõrrandid voolude balansi kujul. Kirjutame sõlme i jaoks välja Kirchoffi esimese seaduse:

$$\sum_{j \in \bar{u}(i)} \underline{I}_{ij} - \underline{J}_i = 0 \text{ ehk } \sum_{j \in \bar{u}(i)} \underline{I}_{ij} = \underline{J}_i \quad (2-22)$$

Siin \underline{J}_i – sõlme i nn sõlmevool

$$\underline{J}_i = J'_i + jJ''_i = \frac{S_i^*}{\underline{U}_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{U'_i - jU''_i} \quad (2-23)$$

Siin tähis $\underline{u}(i)$ tähistab kõigi sõlme i ühendatud sõlmede hulka, s.t sõlme i ümbrust.

Jooniselt 2.9 saame

$$\underline{I}_{ij} + \underline{I}_{i0} = \underline{J}_i$$

$$\text{ehk} \quad (\underline{U}_i - \underline{U}_j)y_{ij} + \underline{U}_i y_{i0} = \underline{J}_i$$

Avades sulud ja ümber korrastades, saame:

$$(\underline{y}_{ij} + \underline{y}_{i0})\underline{U}_i - \underline{y}_{ij}\underline{U}_j = \underline{J}_i$$

Tähistame nn **sõlmejuhtivused**

$$\underline{Y}_{ij} = -\underline{y}_{ij} \quad - \text{sõlmede } i \text{ ja } j \text{ vastastikune juhtivus}$$

$$\underline{Y}_{ii} = \underline{y}_{ij} + \underline{y}_{i0} \quad - \text{sõlme } i \text{ omajuhtivus}$$

Siis saame vaadeldava kahesõlmelise võrgu sõlmevõrrandi i -da sõlme jaoks

$$\underline{Y}_{ii}\underline{U}_i + \underline{Y}_{ij}\underline{U}_j = \underline{J}_i \quad (2-24)$$

Analoogilise võrrandi saame ka sõlme j jaoks

$$\underline{Y}_{ji}\underline{U}_i + \underline{Y}_{jj}\underline{U}_j = \underline{J}_j \quad (2-25)$$

Võrrandid (2-23) ja (2-24) ongi vaadeldava võrgu sõlmevõrrandid.

Üldistame nüüd toodu mistahes võrgule. Sel juhul on mistahes i -s sõlm ühendatud paljude sõlmedega, mis moodustavad sõlme i ümbruse $\underline{u}(i)$.

Seega võime kogu võrgu jaoks kirjutada

$$\underline{Y}_{i1}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{i2} + \dots + \underline{Y}_{ii-1}\underline{U}_{i-1} + \underline{Y}_{ii}\underline{U}_i + \underline{Y}_{ii+1}\underline{U}_{i+1} + \dots + \underline{Y}_{in}\underline{U}_n = \underline{J}_i \quad (2-26)$$

$$i = 1, \dots, n$$

kus n - sõlmede arv võrgus

Võrrandid (2-26) võime ümber kirjutada maatrikskujul

$$\underline{Y}\underline{U} = \underline{J}$$

(2-27)

kus $\underline{Y} = \underline{G} + j\underline{B}$ - sõlmejuhtivuste maatriks

\underline{U} , \underline{J} - vastavalt sõlme pingete ja sõlmevoolude vektor

Seejuures

$$\underline{\mathbf{J}} = (\underline{\mathbf{U}}_d^*)^{-1} \cdot \underline{\mathbf{S}}^*(\underline{\mathbf{U}}) \quad (2-28)$$

kus $\underline{\mathbf{U}}_d$ – sõlmepingete diagonaalmaatriks

Nagu näeme, on sõlmejuhtivuste maatriksi elementideks

- sõlmede i ja j vastastikune juhtivus – nende sõlmede vahelise haru juhtivus vastasmärgiga: $\underline{Y}_{ij} = -\underline{y}_{ij}$. Kui sõlmede i ja j vahel haru puudub, siis $\underline{Y}_{ij} = 0$
- sõlme i omajuhtivus - kõigi sõlmega i ühendatud harude (k.a põikharud) juhtivuste summa: $\underline{Y}_{ii} = \sum_{j \in \bar{i}(i)} \underline{y}_{ij} = \sum_{j=0}^n \underline{y}_{ij}$
- siin $i, j = 1, \dots, n$

Sõlmevõrrandid võimsuste balansi kujul

Tänapäevastes rakendustes on laialdaselt kasutusel sõlmevõrrandid võimsuste balansi kujul. Tuletame need kõigepealt jn 2.8 toodud kahesõlmelise süsteemi jaoks. Selleks korrutame võrrandi (2-24) mõlema poole kaaskompleksi pingega \underline{U}_i

$$\underline{U}_i (\underline{Y}_{ii} \underline{U}_i + \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j)^* = \underline{U}_i \underline{J}_i^* = \underline{S}_i \quad (2-29)$$

ehk

$$\underline{U}_i (\underline{Y}_{ii}^* \underline{U}_i^* + \underline{Y}_{ij}^* \underline{U}_j^*) = \underline{U}_i \underline{J}_i^* = \underline{S}_i \quad (2-30)$$

Avame sulud ja esitame võrrandis (2-30) komplekspinged trigonomeetrilisel kujul

$$U_i^2 \underline{Y}_{ii}^* + U_i U_j \underline{Y}_{ij}^* (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) (\cos \delta_j - j \sin \delta_j) = P_i + jQ_i \quad (2-31)$$

ehk

$$\underline{U}_i^2 \underline{Y}_{ii}^* + U_i U_j \underline{Y}_{ij}^* \left[(\cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j) + j(\sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j) \right] = P_i + jQ_i \quad (2-32)$$

Võrrand (2-32) lihtsustub kui minna pingektorite nurkadelt δ_i , δ_j üle vektorite vahelistele nurkadele

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j \quad (2-33)$$

Nimelt on trigonomeetriast teada

$$\begin{aligned} \cos \delta_i \cos \delta_j + \sin \delta_i \sin \delta_j &= \cos \delta_{ij} \\ \sin \delta_i \cos \delta_j - \cos \delta_i \sin \delta_j &= \sin \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2-34)$$

Arvestades (2-34), saame võrrandi (2-32) asemel

$$U_i^2 \underline{Y}_{ii}^* + U_i U_j \underline{Y}_{ij}^* (\cos \delta_{ij} + j \sin \delta_{ij}) = P_i + jQ_i \quad (2-35)$$

Esitame kompleksjuhtivused algebralisel kujul

$$U_i^2 (G_{ii} - jB_{ii}) + U_i U_j (G_{ij} - jB_{ij}) (\cos \delta_{ij} + j \sin \delta_{ij}) = P_i + jQ_i \quad (2-36)$$

ehk, avades sulud, saame

$$U_i^2 (G_{ii} - jB_{ii}) + U_i U_j [(G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) + j(G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] = P_i + jQ_i \quad (2-37)$$

Võrrand (2-37) ongi kompleksne sõlmevõrrand võimsuste balansi kujul vaadeldud kahesõlmelise süsteemi sõlme i jaoks. Analoogilise võrrandi võib kirjutada ka sõlme j kohta

$$U_j^2 (G_{jj} - jB_{jj}) + U_j U_i [(G_{ji} \cos \delta_{ji} + B_{ji} \sin \delta_{ji}) + j(G_{ji} \sin \delta_{ji} - B_{ji} \cos \delta_{ji})] = P_j + jQ_j$$

Kompleksvõrrand (2-37) on sobiv esitada kahe reaalse võrrandina

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2-38)$$

ja

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2-39)$$

Üldistades toodud võrrandid n sõlmega süsteemile, saame **sõlme pingevõrrandid võimsuste balansi kujul** mistahes süsteemi jaoks

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{u}(i)} U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2-40)$$

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{u}(i)} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2-41)$$

$$i = 1, \dots, n$$

Vahel kasutatakse lühendatud kirjutusviisi, tuues sisse täiendavad tähised

$$\begin{aligned} T_{ij} &= G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij} \\ V_{ij} &= G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2-42)$$

Kasutades neid tähiseid, saame (2-40) ja (2-41) asemel

$$\begin{aligned} P_i &= U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{u}(i)} U_j T_{ij} \\ Q_i &= -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{u}(i)} U_j V_{ij} \end{aligned} \quad (2-43)$$

Meenutame, et juhtivused toodud seostes on üldistatud juhtivused, s.t sõlmejuhtivused mitte aga tegelikud juhtivused. Viimaste kasutamisel tekivad mõningad märkide erinevused ning võrrandid (2-40) ja (2-41) võtavad kuju

$$P_i = U_i^2 g_{ii} - U_i \sum_{j \in \bar{u}(i)} U_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (2-44)$$

$$Q_i = -U_i^2 b_{ii} - U_i \sum_{j \in \bar{u}(i)} U_j (g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2-45)$$

2.4. HÕREDUSTEHNIKA ELEMENTE

2.4.1. Hõredad maatriksid ja hõredustehnika

Paljudel teaduse ja tehnikaaladel tuleb lahendada ülesandeid, mis matemaatiliselt on kirjeldatud lineaarse võrrandsüsteemiga ja kus samas mitte kõik elemendid pole omavahel vahetult seotud. Sellise võrrandsüsteemi kordajate maatriks sisaldab hulgaliselt nulle ja neid nimetatakse **hõredateks maatriksiteks**. Hõreda kordajate maatriksiga võrrandsüsteemi võib vaadelda, kui mingi võrgu mudelit. Ka vastupidi - igasugust võrku võib kirjeldada hõreda maatriksiga võrrandsüsteemi abil.

Maatriksi hõredusteguriks k_h nimetatakse tema nulliste elementide arvu suhet elementide koguarvu

$$k_h = \frac{\text{nulliste elementide arv}}{\text{elementide koguarv}} \quad (2-46)$$

Paljud võrguülesanded on iseloomustatud suurte mõõdetega - võrrandite arvud võivad ulatuda tuhandetesse. Selliste ülesannete lahendamise seotud arvuti mälu ja arvutusaja suurt kulu võimaldab efektiivselt vähendada hõredate maatriksite omapära kasutamine e nn **hõredustehnika**.

Ka elektrivõrgu ülesandeid iseloomustab suur hõredus. Näiteks on sõlmejuhtivuste maatriksi \underline{Y} mittenuulliste (kompleksete) elementide arv k_{mn}

$$k_{mn} = n + 2m = n + (1..2)n \approx 4n \quad (2-47)$$

kus n, m - vastavalt sõlmede ja harude arv võrgus

Nii näiteks sisaldab saja sõlmeaga võrgu (s.t $n = 100$) sõlmejuhtivuste maatriks ainult 4% mittenuulliseid elemente, tuhande sõlmeaga ($n = 1000$) võrgu oma aga ainult 0,4% !

Hõredustehnika rakendamine arvutiprogrammide koostamisel võimaldab:

- oluliselt kokku hoida arvuti mälumahtu, kuna mälus hoitakse ainult mittenuulliseid elemente;
- oluliselt vähendada arvutusaega tänu asjaolule, et pole vaja sooritada triviaalseid tehteid nullidega;
- oluliselt kiirendada andmete ülekande aega, kuna ülekandmisele kuuluvad ainult mittenuullised elemendid;
- esitada maatrikseid faktoriseeritud (e nn multiplikatiivsel) kujul, mis võimaldab oluliselt tõsta arvutuste efektiivsust - töö kiirust väikese mälu vajaduse juures.

Tuleb arvestada, et hõredustehnika rakendamine muudab keerulisemaks arvutuste algoritmid ja seega programmeerimise, kuna tuleb rakendada hõredate maatriksite pakkimise võtteid. Seda puudust ei tule lugeda oluliseks tööstuslike programmide

puhul, küll aga võib saada määravaks ühekordse kasutusega (või väga harva kasutatavate) programmide koostamisel.

2.4.2. Lineaarvõrrandsüsteemide lahendamine

Paljud võrguülesanded on seotud suurte lineaarvõrrandsüsteemide

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (2-48)$$

lahendamisega. Tänapäeval on sel eesmärgil kasutusel mitmesugused otsesed meetodid, mis võib liigitada järgmisse kolme gruppi.

Gaussi elimineerimise meetod (ja selle modifikatsioonid) seisneb otsitavate \mathbf{x} süstematiseeritud elimineerimises, kuni jääb alles üks ühe tundmatuga võrrand. Selle lahendamisega algab nn tagasikäik, mille käigus leitakse kõik ülejäänud otsitavad. Meetod on efektiivne võrrandi (2-48) ühekordsel lahendamisel. Sageli on aga vaja lahendada võrrandit (2-48) korduvalt ühe ja sama koeffitsientide maatriksi \mathbf{A} ja erinevate vabaliikmete vektori \mathbf{b} puhul. Sel juhul pole Gaussi meetod efektiivne, kuna mahukat elimineerimise protseduuri tuleb igakordsel lahendamisel täies mahus korrata. Märkigem, et ka järgmiste gruppide meetodid põhinevad sisuliselt Gaussi elimineerimise meetodil.

Maatriksi pööramise meetodid, mille puhul otsitavate vektor \mathbf{x} avaldatakse, kui:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \quad (2-49)$$

Korduval lahendamisel toimub töömahukas maatriksi pööramine ainult üks kord, edasi seisneb lahendamine ainult kahe maatriksi korrutamises. Mitmesugused maatriksi pööramise meetodid põhinevad Gaussi elimineerimise meetodil.

Tuleb aga silmas pidada, et juhul kui maatriks \mathbf{A} on hõre, siis tema pöördmaatriks \mathbf{A}^{-1} on igal juhul täidetud maatriks (s.t ei sisalda enam nullelemente). Seega lähivad hõredate võrrandsüsteemide lahendamisel kaduma hõredate maatriksite ja nende töötlemise eelised. See tähendab, et hõredate võrrandsüsteemide lahendamiseks on pöördmaatriksi meetodid ebaefektiivsed.

Maatriksi faktoriseerimise meetodid – nende puhul maatriks \mathbf{A} (või tema pöördmaatriks) esitatakse nn multiplikatiivsel kujul s.t teisendatakse nn **faktoriseerimise** teel teatud omadustega maatriksite - nn faktorite korrutiseks:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 \dots \mathbf{M}_k \quad (2-50)$$

kus $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_k$ - maatriksiga \mathbf{A} sama järku ruutmaatriksid.

Faktoriseerimise mõte seisneb selles, et maatriksite $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_k$ spetsiaalsed omadused võimaldavad ühest küljest lihtsustada süsteemi (2-48) korduvat lahendamist (nagu maatriksi \mathbf{A} pööramise puhulgi), säilitades teisest küljest ka hõreduse eelised. See tähendab, et faktorid $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_k$ sisaldavad kokku ligilähedast sama hulga mittenulliseid elemente, kui lähtemaatriks \mathbf{A} . Töömahukas faktoriseerimise protseduur tuleb sooritada ainult üks kord. Kuna maatriksite faktoriseerimine on hõredustehnika üks peamisi elemente, vaatleme seda lähemalt.

2.4.3. Maatriksite faktoriseerimine

Välja on töötatud rida maatriksite faktoriseerimise meetodeid (LU-faktoriseerimine, LDU-faktoriseerimine, bifaktoriseerimine jt). Kõik need meetodid põhinevad sisuliselt Gaussi elimineerimise meetodil. Faktoriseerimise olemusega tutvumiseks vaatleme siin tänapäeval üht laiemalt levinud meetodit - nn **LU-faktoriseerimist** e triangularisatsioonimeetodit.

Maatriksi LU-faktoriseerimise puhul esitatakse n -järku lähtemaatriks **A** kujul:

$$\mathbf{A} = \mathbf{LU} \quad (2-51)$$

kus **L** – n -järku alumine kolmnurkmaatriks – s.t maatriks, milles mitternullised elemendid esinevad ainult peadiagonaalil või allpool seda, kõik elemendid ülalpool peadiagonaali on aga nullid:

$$L_{ij} \equiv \begin{cases} 0, & \text{kui } i < j \\ L_{ij}, & \text{kui } i \geq j \end{cases} \quad (2-52)$$

U – n -järku ülemine kolmnurkmaatriks – s.t maatriks, milles mitternullised elemendid esinevad ainult peadiagonaalil või ülalpool seda, kõik elemendid allpool peadiagonaali on aga nullid (seejuures peadiagonaalil paiknevad ainult ühed):

$$U_{ij} \equiv \begin{cases} U_{ij}, & \text{kui } i < j \\ 1, & \text{kui } i = j \\ 0, & \text{kui } i > j \end{cases} \quad (2-53)$$

Sellisel juhul võime defineerida vektori **z** nii, et

$$\mathbf{Ux} = \mathbf{z} \quad (2-54)$$

Võrrandisüsteem oli (2-48) $\mathbf{b} = \mathbf{Ax}$

Siis, arvestades (2-51) $\mathbf{b} = \mathbf{LUx}$ (2-55)

ehk, arvestades (2-54) $\mathbf{b} = \mathbf{Lz}$ (2-56)

Viimane seos laotatult

$$b_1 = L_{11}z_1$$

$$b_2 = L_{21}z_1 + L_{22}z_2$$

.....

$$b_n = L_{n1}z_1 + L_{n2}z_2 + \dots + L_{nn}z_n$$

(2-57)

Sellest süsteemist on vektor **z** leitav lihtsalt

$$\begin{aligned}
 z_1 &= b_1 / L_{11} \\
 z_2 &= (b_2 - L_{21}z_1) / L_{22} \\
 &\dots\dots\dots \\
 z_n &= (b_n - L_{n1}z_1 - L_{n2}z_2 - \dots - L_{n,n-1}z_{n-1}) / L_{nn}
 \end{aligned}
 \tag{2-58}$$

Teades vektorit \mathbf{z} , on otsitav vektor \mathbf{x} väga lihtsalt leitav võrrandist (2-54):

$$\begin{aligned}
 x_n &= z_n / U_{nn} \\
 x_{n-1} &= (z_{n-1} - U_{n-1,n}x_n) / U_{n-1,n-1} \\
 &\dots\dots\dots \\
 x_1 &= (z_1 - U_{12}x_2 - U_{13}x_3 - \dots - U_{1n}x_n) / U_{11}
 \end{aligned}
 \tag{2-59}$$

2.4.4. Faktoriseerimise protseduur

Nagu öeldud, maatriksid L ja U leitakse Gaussi elimineerimise meetodil. Illustreerime faktoriseerimise formaalset protseduuri kolmandat järku võrrandisüsteemi najal:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}
 \tag{2-60}$$

Moodustame nn laiendatud maatriksi:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{bmatrix}
 \tag{2-61}$$

Faktoriseerimise formaalne protseduur koosneb n sammust, kus n on faktoriseeritava maatriksi järk. Seega meie näite puhul on tegemist kolme sammuga. Iga samm vastab ühe otsitava elimineerimisele.

Iga i -s samm koosneb i allsammust (s.t esimene samm koosneb ainult ühest allsammust, teine samm kahest allsammust jne).

Samm 1. Esimese rea teisendamine

Allsamm 1. Jagame kõik esimese rea elemendid a_{11} -ga. Tulemusena omandab esimene rida kuju

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^1 & a_{13}^1 & b_1^1 \end{bmatrix}
 \tag{2-62}$$

$$\text{kus} \quad a_{12}^1 = a_{12} / a_{11}; \quad a_{13}^1 = a_{13} / a_{11}; \quad b_1^1 = b_1 / a_{11}
 \tag{2-63}$$

$$\text{Siit saame} \quad L_{11} = a_{11}; \quad U_{12} = a_{12}^1; \quad U_{13} = a_{13}^1; \quad U_{11} = 1
 \tag{2-64}$$

Samm 2. Teise rea teisendamine

Allsamm 1. Korrutame esimese (uue) rea (2-62) teguriga $-a_{21}$ ja liidame reale 2. Tulemuseks on

$$\begin{bmatrix} 0 & a_{22}^1 & a_{23}^1 & b_2^1 \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

kus

$$\begin{aligned} a_{22}^1 &= a_{22} - a_{21}a_{12}^1 \\ a_{23}^1 &= a_{23} - a_{21}a_{13}^1 \\ b_2^1 &= b_2 - a_{21}b_1^1 \end{aligned} \quad (2-66)$$

Allsamm 2. Jagame saadud teise rea (2-65) teguriga a_{22}^1 , saame

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & a_{23}^2 & b_2^2 \end{bmatrix} \quad (2-67)$$

kus

$$a_{23}^2 = a_{23}^1 / a_{22}^1 ; \quad b_2^2 = b_2^1 / a_{22}^1 \quad (2-68)$$

$$\text{Siit saame } L_{21} = a_{21} ; \quad L_{22} = a_{22}^1 ; \quad U_{23} = a_{23}^2 ; \quad U_{22} = 1 \quad (2-69)$$

Samm 3. Kolmanda rea teisendamine

Allsamm 1. Korrutame esimese rea (2-63) teguriga $-a_{31}$ ja liidame reale 3. Tulemuseks saame

$$\begin{bmatrix} 0 & a_{32}^1 & a_{33}^1 & b_3^1 \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

kus

$$\begin{aligned} a_{32}^1 &= a_{32} - a_{31}a_{12}^1 \\ a_{33}^1 &= a_{33} - a_{31}a_{13}^1 \\ b_3^1 &= b_3 - a_{31}b_1^1 \end{aligned} \quad (2-71)$$

Allsamm 2. Korrutame teise rea (2-67) teguriga $-a_{32}^1$ ja liidame uuele reale 3

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{33}^2 & b_3^2 \end{bmatrix} \quad (2-72)$$

kus

$$\begin{aligned} a_{33}^2 &= a_{33}^1 - a_{32}^1 a_{23}^2 \\ b_3^2 &= b_3^1 - a_{32}^1 b_2^2 \end{aligned} \quad (2-73)$$

Allsamm 3. Jagame saadud kolmanda rea (2-72) teguriga a_{33}^2

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & b_3^3 \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

kus

$$b_3^3 = b_3^2 / a_{33}^2 \quad (2-75)$$

$$\text{Siit saame: } L_{31} = a_{31} ; \quad L_{32} = a_{32}^1 ; \quad L_{33} = a_{33}^2 ; \quad U_{33} = 1 \quad (2-76)$$

Selle sammuga on maatriksite \mathbf{L} ja \mathbf{U} kõik elemendid määratud. Veelgi enam - automaatselt on lahendatud ka võrrand (2-56), kusjuures otsitav vektor \mathbf{z} asub vektori \mathbf{b} kohal. Jääb veel lahendada võrrand (2-54) vektori \mathbf{x} suhtes.

Kuna faktoriseerimise eesmärgiks on reeglina võrrandi (2-48) korduv lahendamine, siis tulevad maatriksid \mathbf{L} ja \mathbf{U} salvestada. Seda on sobiv teha lähtemaatriksi \mathbf{A} kohale, arvestades, et maatriksu \mathbf{U} diagonaalelemendid võrduvad ühega. Seega faktoriseerimise tulemusel saame lähtemaatriksi \mathbf{A} kohale uue nn **faktorite maatriksi**

$$\begin{bmatrix} L_{11} & U_{12} & U_{13} \\ L_{21} & L_{22} & U_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}^1 & a_{13}^1 \\ a_{21} & a_{22}^1 & a_{23}^2 \\ a_{31} & a_{32}^1 & a_{33}^2 \end{bmatrix} \quad (2-77)$$

Ülaltoodud protseduur on lihtsalt laiendatav mistahes n järku ruutmaatriksile. Seejuures:

$$L_{ij} = a_{ij}^{(j-1)}, \quad i \geq j; \quad U_{ij} = a_{ij}^{(i)}, \quad i < j; \quad U_{ii} = 1 \quad (2-78)$$

Igal sammul on tegurid a_{ij}^k leitavad üldise seose järgi:

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - \frac{a_{ik}^{(k-1)} a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \quad (2-79)$$

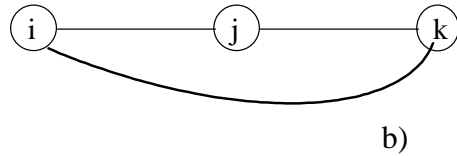
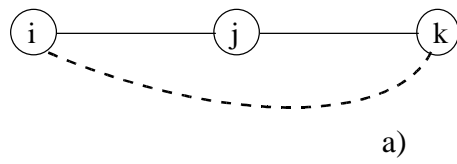
Rõhutame, et maatriksite \mathbf{L} ja \mathbf{U} struktuur, s.t nende nullide sisaldus ja paiknemine on ligilähedane lähtemaatriksi \mathbf{A} vastavalt alumise ja ülemise kolmnurga struktuurile. See asjaolu teebki faktoriseerimise sobivaks hõreda kordajate maatriksiga suurte lineaarvõrrandisüsteemide lahendamisel.

2.4.5. Sõlmede järjestamine (ellimineerimise järjekord)

Valemist (2-79) on näha, et hõreda maatriksi faktoriseerimise käigus võib tekkida täiendavaid mittenulliseid elemente - nimelt juhul, kui elemendid $a_{ik}^{(k-1)}$ ja $a_{kj}^{(k-1)}$ juhtuvad olema mõlemad nullid. Sellist nähtust nimetatakse maatriksi täitumiseks. On ilmne, et arvutuste efektiivsuse huvides on kindlustada minimaalne täitumine. Selgub, et täitumise määr sõltub otsitavate ellimineerimise järjekorrast. Seetõttu on faktoriseerimisel oluline ellimineerimise optimaalne järjekord.

Selgitame probleemi graafide abil. Igasuguse reaalse võrgu või süsteemi struktuuri võib esitada graafina. Samuti võib igasuguse võrrandisüsteemi kordajate maatriksi esitada graafina - seda isegi juhul, kui ta ei vasta mingile reaalsele võrgule. Sellise graafi iga sõlm vastab maatriksi ühele reale ja veerule. Kui maatriksiks on sõlmevõrrandite kordajate maatriks, siis vastav graaf ühtib võrgu graafiga.

Tavaliselt toimub ellimineerimine võrrandite järjekorras, seega sõltub ellimineerimise järjekord võrrandite järjekorrast, järelikult graafi sõlmede numeratsioonist. Seetõttu võime ellimineerimise järjekorra optimeerimise samastada võrgu sõlmede numeratsiooni optimeerimisega. Otsitavate ellimineerimist võib aga vaadelda, kui sõlme ellimineerimist graafist.

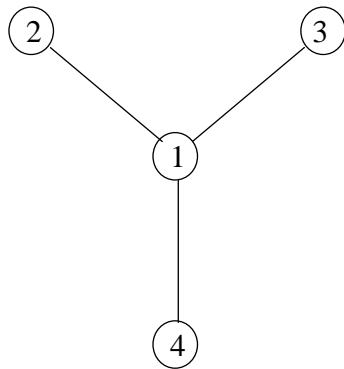


Joonis 2.10 Täiendavate elementide tekkimine elimineerimisel

Vaatleme graafi joonisel 2.10 a). Siin sõlme j elimineerimine katkestab tee sõlmede i ja k vahel ning nende sõlmede vahelise sideme säilitamiseks tuleb lisada täiendav tee (punktiriis haru), s.t tekivad täiendavad elemendid ik ja ki .

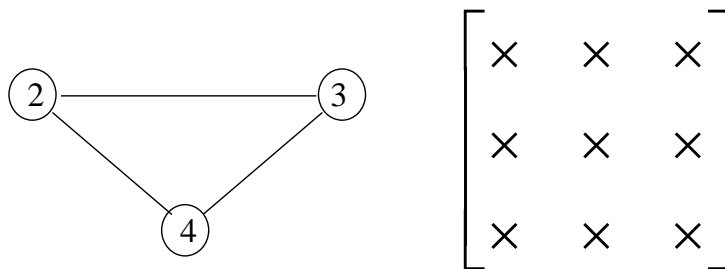
Vaatleme nüüd graafi jn 2.10 b). Siin sõlme j elimineerimine ei põhjusta graafi sidususe riknemist ning täiendavat elementi ei teki (elemendid ik ja ki on juba olemas).

Vaatame, kuidas mõjub sõlmede nummerdamise järjekord täitumist tähekujulise graafi teisendamisel. Joonisel 2.11 on toodud tähekujuline graaf ja sellele vastav struktuurimatriks.



Joonis 2.11 Tähekujuline graaf ja sellele vastav struktuurimatriks

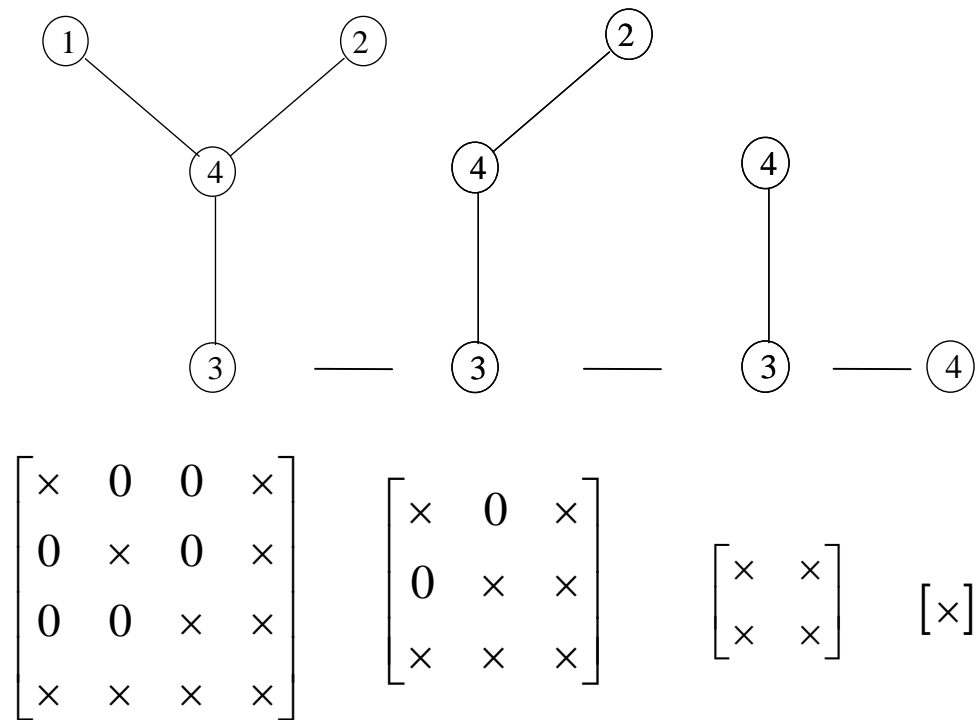
Peale sõlme 1 elimineerimist saame kolmnurkse graafi ning toimub matriksi täielik täitumine - vt jn 2.12.



$$\begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$$

Joonis 2.12 Sõlme 1 elimineerimine põhjustab matriksi täieliku täitumise

Vaatleme nüüd sõlmede numeratsiooni ja vastavat elimineerimise protsessi joonisel 2.13.



Joonis 2.13 Tähekujulise graafi sõlmede optimaalne numeratsioon e ellimineerimise järjekord ja vastavad struktuurimaatriksid

Nagu näeme, sõltub maatriksi täitumise määr sõlmede nummerdamise (s.t ellimineerimise järjekorrast) suurel määral (esimesel juhul toimus täielik täitumine, teisel juhul ei esinenud täitumist üldse. Vahepealseks võimaluseks oleks keskmisele sõlmele numbr 2 omistamine). Kui toodud näites oli võimalik optimaalne järjestus määrata visuaalselt, siis suurte maatriksite (võrkude) puhul pole see võimalik. Seetõttu on pakutud mitmesuguseid järjestuse meetodeid. Selgub, et optimaalse järjestuse leidmine on väga keeruline ja aeganõudev. Seetõttu rakendatakse praktikas nn pseudooptimaalse järjestamise meetodeid, mis on lihtsad ja tagavad optimaalsele üsna lähedase järjestuse ning piisavalt väikese täitumise.

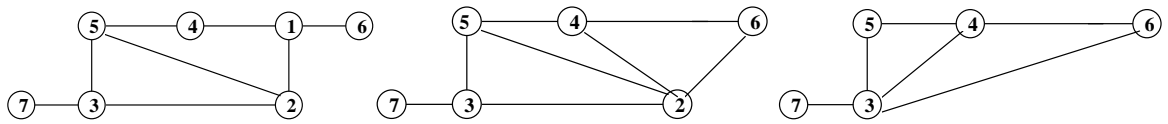
2.4.6. Järjestamise meetodid

Sõlmede numeratsiooni (järjestuse) optimeerimise meetodid jagatakse staatilisteks e eelneva järjestamise ja dünaamilisteks meetoditeks.

Staatiliste meetodite puhul leitakse järjestus enne ellimineerimise protseduuri. Üheks lihtsamaks ja samas ka efektiivseks meetodiks on nn **miinimumvalentsi** meetod, mille puhul sõlmed järjestatakse nende valentsi kasvamise järjekorras. Kui mitmel sõlmel on võrdne valents, on järjestus meelevaldne.

Näide. Vaatleme alljärgneva graafi teisendusi ja vastavat maatriksi täitumist faktoriseerimise käigus juhulikult valitud numeratsiooni puhul.

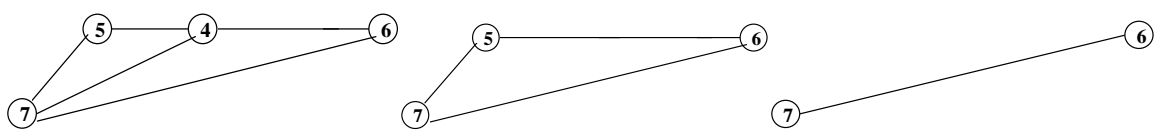
Nagu näeme jooniselt, on täitumine väga suur - esialgselt 26 nullist muutus mittemulliseks 18. Esialgne hõredustegur $k_h = 26 / 49 = 0,53$, faktoriseerimise lõpus $k_h = 8 / 49 = 0,16$.



x	x	0	x	0	x	0
x	x	x	0	x	0	0
0	x	x	0	x	0	x
x	0	0	x	x	0	0
0	x	x	x	x	0	0
x	0	0	0	0	x	0
0	0	x	0	0	0	x

x	x	0	x	0	x	0
x	x	x	⊗	x	⊗	0
0	x	x	0	x	0	x
x	⊗	0	x	x	⊗	0
0	x	x	x	x	0	0
x	⊗	0	⊗	0	x	0
0	0	x	0	0	0	x

x	x	0	x	0	x	0
x	x	x	⊗	x	⊗	0
0	x	x	⊗	x	⊗	x
x	⊗	⊗	x	x	⊗	0
0	x	x	x	x	0	0
x	⊗	⊗	⊗	0	x	0
0	0	x	0	0	0	x



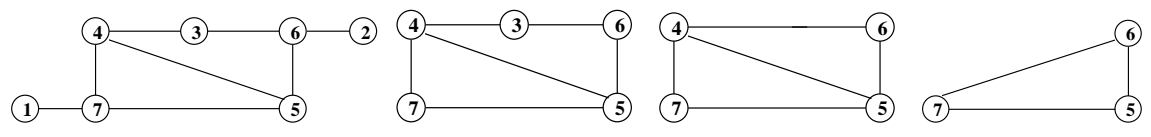
x	x	0	x	0	x	0
x	x	x	⊗	x	⊗	0
0	x	x	⊗	x	⊗	x
x	⊗	⊗	x	x	⊗	⊗
0	x	x	x	x	0	⊗
x	⊗	⊗	⊗	0	x	⊗
0	0	x	⊗	⊗	⊗	x

x	x	0	x	0	x	0
x	x	x	⊗	x	⊗	0
0	x	x	⊗	x	⊗	x
x	⊗	⊗	x	x	⊗	⊗
0	x	x	x	x	⊗	⊗
x	⊗	⊗	⊗	⊗	x	⊗
0	0	x	⊗	⊗	⊗	x

x	x	0	x	0	x	0
x	x	x	⊗	x	⊗	0
0	x	x	⊗	x	⊗	x
x	⊗	⊗	x	x	⊗	⊗
0	x	x	x	x	⊗	⊗
x	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
0	0	x	⊗	⊗	⊗	x

Joonis 2.14 Ellimineerimise käik ja vastav maatriksi täitumine sõlmede juhusliku numeratsiooni korral

Nummerdame nüüd sõlmed ümber staatilisel miinumvalentsi meetodil ning kordame vaadeldud protseduuri - vt jn 2.15.



x	0	0	0	0	0	x
0	x	0	0	0	x	0
0	0	x	x	0	x	0
0	0	x	x	x	x	0
0	0	0	x	x	x	x
0	x	x	0	x	x	0
x	0	0	x	x	0	x

x	0	0	0	0	0	x
0	x	0	0	0	x	0
0	0	x	x	0	x	0
0	0	x	x	x	0	x
0	0	0	x	x	x	x
0	x	x	0	x	x	0
x	0	0	x	x	0	x

x	0	0	0	0	0	x
0	x	0	0	0	x	0
0	0	x	x	0	x	0
0	0	x	x	⊗	x	x
0	0	0	x	x	x	x
0	x	x	⊗	x	x	0
x	0	0	x	x	0	x

x	0	0	0	0	0	x
0	x	0	0	0	x	0
0	0	x	x	0	x	0
0	0	x	x	x	⊗	x
0	0	0	x	x	x	x
0	x	x	⊗	x	x	⊗
x	0	0	x	x	⊗	x

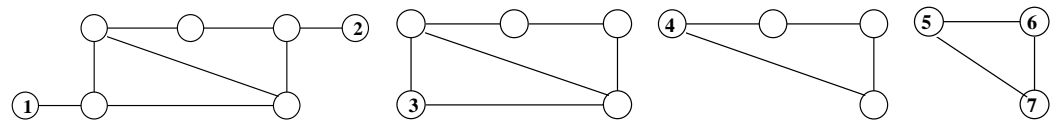
Joonis 2.15 Ellimineerimise käik ja vastav maatriksi täitumine sõlmede nummerdamisel staatilise miinumvalentsi meetodil

Joonisel mittedädatud elimineerimise sammud ei lisa enam mittenulliseid elemente. Nagu näeme, on täitumine tunduvalt väiksem - lisandunud on ainult 4 mittenullist elementi. Hõredustegur faktoriseerimise lõpul: $k_h = 22 / 49 = 0,45$.

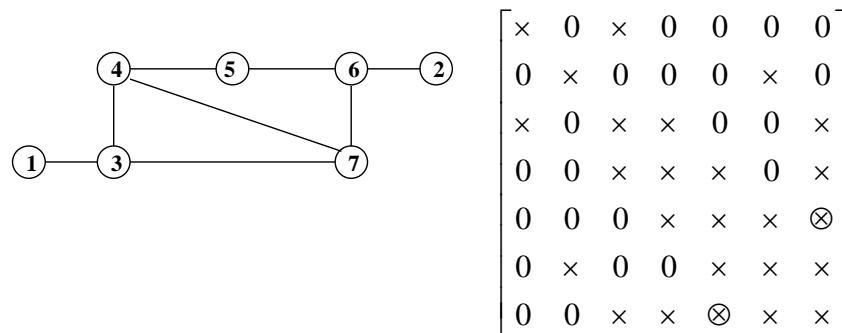
Teistest staatilistest meetoditest võiks mainida nn **diagonaali kantimise** meetodeid. Nende eesmärk seisneb kõigi mittenulliste elementide koondamine võimalikult kitsasse ribasse ümber peadiagonaali või kõrvaldiagonaali. Sel juhul on faktoriseerimisel garanteeritud, et täiendavad mittenullised elemendid tekivad (kui tekivad) ainult nimetatud riba piires. Need meetodid on siiski efektiivsed ainult teatud spetsiaalse konfiguratsiooniga võrkude puhul. Nii nt sobib peadiagonaali kantimise meetod sõrestikskeemide puhul, kõrvaldiagonaali kantimine aga radiaalskeemidele. Lähemalt neid meetodeid siin ei vaatle.

Dünaamilised meetodid on sellised, mille puhul nummerdamine toimub elimineerimise käigus. Nendest meetoditest on laialt levinuks **dünaamiline miinimumvalentsi meetod**. See on analoogiline ülalvaadeldud staatilise miinimumvalentsi meetodiga, kuid miinimumvalentsiga sõlme otsitakse jooksvalt peale eelmise sõlme elimineerimist.

Rakendame seda järjestamismeetodit ülaltoodud skeemile. Numbritega 1 ja 2 nummerdame samad sõlmed, mis staatilisel juhulgi. Numbriga 3 omistame miinimumvalentsiga sõlmele peale sõlmede 1 ja 2 elimineerimist, numbriga 4 miinimumvalentsiga sõlmele peale sõlme 3 elimineerimist jne - vt jn 2.16.



a)



b)

Joonis 2.16 Ellimineerimise käik ja vastav maatriksi täitumine sõlmede numeratsioonil dünaamilise miinimumvalentsi meetodil: a) – elimineerimise ja nummerdamise käik; b) – optimaalne numeratsioon ja faktoriseeritud maatriksi struktuur

Näeme, et täitumine on veelgi väiksem - lisandub ainult kaks mittenullist elementi ning hõredustegur peale faktoriseerimist on $k_h = 24 / 49 = 0,49$, s.t mitte palju väiksem võrreldes lähtemaatriksi omaga (0,53).

Tänapäeval ongi kõige enam kasutamist leidnud just dünaamiline miinimumvalentsi meetod, kuna ta on hästi arusaadav, lihtne programmeerida ning efektiivne, s.t ta annab kas optimaalse või sellele väga lähedase järjestuse. Meie näite puhul andis see meetod optimaalse järjestuse.

2.4.7. Hõredate maatriksite pakkimine

Arvuti mällu tuleb salvestada hõreda maatriksi ainult mittenullised elemendid. On ilmne, et nende elementide massiiv pole samane maatriksi endaga. Seetõttu tuleb lisaks mittenulliste elementide väärtustele salvestada ka informatsioon, mis võimaldab identifitseerida iga mittenullise elemendi paiknemise maatriksis. On välja töötatud rida skeeme hõredate maatriksite pakkimiseks. Üheks lihtsaimini mõistetavaks on skeem, mille puhul hõre maatriks esitatakse kolme massiivina:

- mittenulliste elementide väärtused;
- mittenulliste elementide rea indeksid;
- mittenulliste elementide veeru indeksid.

Näiteks:

Hõre maatriks:	Maatriksi esitus arvuti mälus:																																	
$\begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & -4 & 6 \end{bmatrix}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;"><i>VALUE</i></td> <td>5</td> <td>-1</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>2</td> <td>-3</td> <td>8</td> <td>-4</td> <td>-4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;"><i>IROW</i></td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;"><i>ICOL</i></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </table>	<i>VALUE</i>	5	-1	-3	-1	2	-3	8	-4	-4	6	<i>IROW</i>	1	1	1	2	2	3	3	3	4	4	<i>ICOL</i>	1	2	3	1	2	1	3	4	3	4
<i>VALUE</i>	5	-1	-3	-1	2	-3	8	-4	-4	6																								
<i>IROW</i>	1	1	1	2	2	3	3	3	4	4																								
<i>ICOL</i>	1	2	3	1	2	1	3	4	3	4																								

Mälu kokkuhoiuks on otstarbekas diagonaalelemendid säilitada omaette massiivis:

<i>VALUE</i>	-1	-3	-1	-3	-4	-4
<i>IROW</i>	1	1	2	3	3	4
<i>ICOL</i>	2	3	1	1	4	3
<i>DIAG</i>	5	2	8	6		

Sümmeetrilise maatriksi korral saab veelgi saab mälu kokku hoida, salvestades ainult ülemise kolmnurga mittenullised elemendid:

<i>VALUE</i>	-1	-3	-4	
<i>IROW</i>	1	1	3	
<i>ICOL</i>	2	3	4	
<i>DIAG</i>	5	2	6	8

Siiski on selline indeksite abil esitus väga ebaefektiivne elementide otsinguks arvutuste käigus ja praktikas kasutatakse mitmesuguseid sidusloenditel põhinevaid pakkimise skeeme. Vaatleme ülaltoodud näite baasil üht enamkasutatavat skeemi, kus info esitatakse kahe tabelina:

Address	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
VALUE	-4	-4	-1	0	0	-3	0	-3	0	0	-1	0
ICOL	3	4	2	0	0	1	0	3	0	0	1	0
NEXT	0	0	8	5	0	2	10	0	4	12	0	9
DIAG	5	2	8	6								
ICAP	3	11	6	1								
NOZE	2	1	2	1								
LABEL	7											

Tabelites toodud massivid sisaldavad järgmist infot:

- *VALUE* – diagonaaliväliste mittenulliste elementide väärtused
- *ICOL* – masiivis *VALUE* toodud elementide veergude indeksid
- *NEXT* – masiivis *VALUE* toodud elemendiga samas reas oleva diagonaalivälise mittenullise elemendi aadress masiivis *VALUE*. Kui reas rohkem selliseid elemente pole, siis $NEXT(i) = 0$. Masiivi *VALUE* vabade positsioonide jaoks annab $NEXT(i)$ järgmise vaba positsiooni aadressi. Kui rohkem vabu positsioone pole, siis samuti $NEXT(I) = 0$
- *DIAG* – diagonaalelementide väärtused
- *ICAP* – ridade esimeste diagonaaliväliste mittenulliste elementide aadressid masiivis *VALUE*
- *NOZE* – diagonaaliväliste mittenulliste elementide arvud ridades (veergudes)
- Lisaks antakse suurus *LABEL* – masiivi *VALUE* esimese vaba positsiooni aadress.

Toodud skeem on väga efektiivne, kuna ta võimaldab lihtsalt ja kiiresti leida üksikuid elemente, moodustada sõlme ümbrusi, lisada maatriksisse ja eemaldada sealt elemente jne.

2.4.8. Halb tingitus

Vaatleme siin üht probleemi, mis pole küll otseselt seotud hõredustehnikaga, kuid võib esineda võrrandsüsteemide (s. h ka hõredate süsteemide) lahendamisel – nimelt võrrandsüsteemi kordajate maatriksi nn halba tingitust.

Kui võrrandsüsteemi kordajate maatriksi **A** determinant *det A* on väikene võrreldes maatriksi elementidega, siis on sellise võrrandsüsteemi lahend väga tundlik lahenduskäigus esinevatele ümardusvigadele. Näiteks vaatame võrrandsüsteemi

$$1001x_1 + 2001x_2 = 4003$$

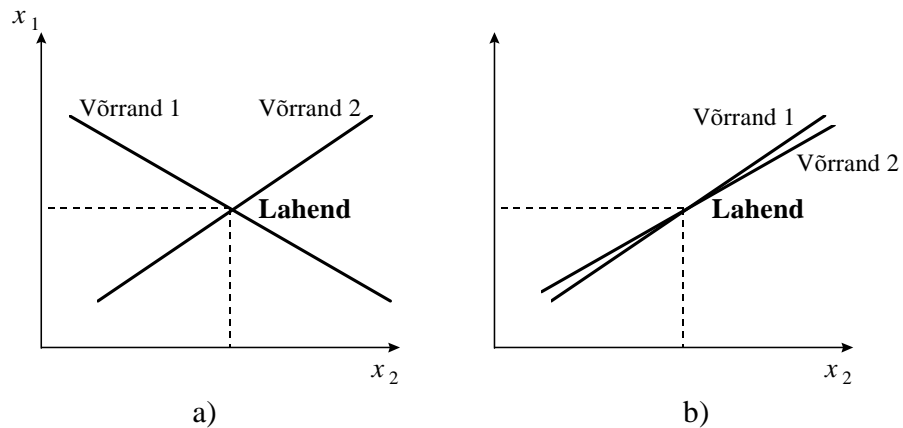
$$x_1 + 2x_2 = 4$$

Siin $\det \mathbf{A} = -1$, täpne lahend aga $x_1 = -2, x_2 = 3$.

Võttes x_2 kordaja väärtuseks 1999, s.t ainult 0,1% väiksema, kui esialgne väärtus, saame lahendiks: $x_1 = 10, x_2 = -3$; kui aga x_2 kordaja väärtuseks võtta 2003 (s.t 0,1% suurem esialgsest), saame lahendiks: $x_1 = 2, x_2 = 1$.

Võrrandisüsteeme, mille lahendamisel tekib selliseid probleeme, nimetatakse halvasti tingituteks.

Halva tingituse olemust illustreerib joonis 2.17.



Joonis 2.17 Kahest võrrandist koosnev süsteem: a) – hästi tingitud süsteem; b) – halvasti tingitud süsteem

Halvasti tingitud võrrandisüsteemide iteratiivsel lahendamisel võib tekkida tõsiseid raskusi koonduvusega. See võib nõuda väga suure arvu iteratsioone, sageli aga võib lahendusprotsess üldse mitte koonduda – s.t lahend jääb sellisel juhul saamata.

Võrrandisüsteemi tingituse määra numbriline hindamine on äärmiselt töömahukas. Praktikas otsustatakse tingituse üle mõningate väliste tunnuste järgi. Eelkõige võib süsteem olla halvasti tingitud, kui mõned diagonaalelemendid on väikesed võrreldes diagonaalivälistega. Tavaliselt on süsteem halvasti tingitud ka juhul, kui üksikud maatriksi \mathbf{A} mittenullised elemendid on tunduvalt väiksemad või tunduvalt suuremad (mitu suurusjärku), kui ülejäänud mittenullised elemendid.

Energiasüsteemide talitusülesannete puhul esineb tüüpiliselt halva tingituse oht

- nn raskete talitluste (seisundite) puhul, kui võrgu mõned elemendid on tugevasti koormatud (või koguni ülekoormatud) ja süsteem töötab staatilise stabiilsuse piiri lähedal;
- nn raskete võrkude puhul - kui võrk sisaldab üksikuid väga väikese takistusega (või suure juhtivusega) elemente, võrreldes teiste elementide takistustega.

Muidugi on kõige halvemini tingitud raskete võrkude rasketele seisunditele vastavad võrrandisüsteemid.

Halvasti tingitud võrrandisüsteemid on tundlikud lahendusmeetodi suhtes - kui üks meetod ei anna lahendit, siis mõni teine meetod võib seda anda. Üheks meetodite grupiks halvasti tingitud võrrandisüsteemide lahendamisel on mitmesugused nn ortogonaliseerimismeetodid. Piltlikult võib nende meetodite olemust käsitada, kui koordinaatidesüsteemi teatavat teisendamist nii, et uues koordinaatidesüsteemis muutuks süsteem hästi tingituks - nt joonisel 2.17 süsteem b) võtaks uues koordinaatidesüsteemis kuju a). Peale võrrandisüsteemi lahendamist teisendatakse lahend esialgsesse koordinaatidesüsteemi. Ortogonaliseerimise võtted on eelkõige levinud seisundi estimateerimise ülesannete lahendamisel.

3. ELEKTRIVÕRGU PÜSISEISUNDI ARVUTUS

3.1. SISSEJUHATUS

Elektrivõrgu püsitalitluste arvutus seisneb talitluse põhiparameetrite, s.t sõlmede pingete ja pinge nurkade arvutuses võrguvõrrandite süsteemi lahendamise teel. Lähteandmeteks on seejuures info sõlmede kohta sõltuvalt sõlme tüübist vastavalt tabelile 2.3, samuti elektrivõrgu parameetrid. Kuna võrguvõrrandid on mitteliineaarsed, lahendatakse nad iteratiivsetel meetoditel, andes ette ka pingete ja nurkade alglähendid. Alglähendeiks kasutatakse mõne lähedase seisundi varasema arvutuse tulemusi. Sageli kasutatakse ka nn “lamedat alglähendit” – s.t pingete moodulid võetakse võrdseks nimipingetega, nurgad aga võrdseks nulliga.

Otsitavate kompleksuuruste \underline{U}_i , ($i = 2, \dots, n$) ja lahendamisele kuuluvate kompleksete sõlmvõrrandite arv on võrdne sõltumatute sõlmede arvuga, s.t $n-1$ -ga. Arvutuskiiruse huvides on eelistatav kompleksvõrranditelt üle minna reaalsele. Siis on otsitavateks $2(n-1)$ reaalsel muutujat, mille leidmiseks tuleb lahendada $2(n-1)$ reaalsvõrrandist koosnev süsteem.

Sõltuvaks sõlmeks on tugisõlm, mille jaoks on teada pinge moodul ja nurk, genereeritav aktiiv- ja reaktiivvõimsus on aga määratud võimsuse balansiga. Kuna sõlmede numeratsioon on põhimõtteliselt meelevaldne, tähistame siin ja edaspidi tugisõlme indeksiga “1”.

Kompleksvõrrandid võib lahutada reaalsvõrrandideks polaarkoordinaatides või ristkoordinaatides. Esimesel juhul on otsitavaiks sõlmepingete moodulid U_i ja nurgad δ_i , teisel juhul leitakse võrrandisüsteemi lahendamisel sõlmepingete reaali- ja imaginaariosad U_i' ja U_i'' . Üleminek ühest koordinaatidesüsteemist teise on lihtne:

$$U_i' = U_i \cos \delta_i, \quad U_i'' = U_i \sin \delta_i \quad (3-1)$$

$$U_i = \sqrt{(U_i')^2 + (U_i'')^2}, \quad \delta_i = \arctan \frac{U_i''}{U_i'} \quad (3-2)$$

$$i = 1, \dots, n$$

Püsiseisundite arvutus on üks sagedamini sooritavaid arvutusi energiasüsteemi talitluse juhtimisel ja analüüsil, hõlmates 50...60 % operatiivarvutuste kogumahust nii iseseisva ülesandena, kui teiste ülesannete (talitluse optimeerimine, häiringu- kindluse analüüs, staatilise stabiilsuse analüüs) koostisosana. Samuti on tal oluline roll planeerimis- ja projekteerimisarvutustes. Kokkuvõtliku ülevaate püsiseisundite arvutuse peamistest rakendustest annab tabel 3.1.

Tabel 3.1

Püsiolekute arvutuse rakendused

Rakendus	Kirjeldus
Talitluse planeerimine	Seisundite lubatavuse kontroll ja viimine lubatud piirkonda. Võrgu tugevdamise vajaduse väljaselgitamine
Häiringute analüüs	Liinide, trafode ja/või generaatorite väljalülitamise mõju uurimine häiringute analüüsi käigus
Pingete ja reaktiivvõimsuste analüüs	Pingereguleerimis- ja kompenseerimisseadmete efektiivsuse analüüs
Edastusvõime analüüs	Süsteemidevaheliste sidemete edastusvõime ja vahetusvõimsuste analüüs
Talitluse optimeerimine	Seisundite lubatavuse kontroll ja viimine lubatud piirkonda optimeerimisülesande koostisosana
Staatilise stabiilsuse analüüs	Raskendatud seisundite arvutus stabiilsuse analüüsi koostisosana
Sidusjuhtimine, häiringukindluse tõstmine	Korrigeerivate meetmete analüüs häiringute mõju leevendamiseks
Kadude analüüs	Seisundiparameetrite arvutus võimsus- ja energiakadude hindamiseks
Projekteerimine ja arengu planeerimine	Võimsuste jagunemise, pinge nivoode ja pingelangude arvutus

Põhiliseks matemaatiliseks aparatuuriks püsiseisundite arvutusel on lineariseeritud võrrandisüsteemide lahendamise numbrilised meetodid koos hõredustehnika rakendamisega (tabel 3.2).

Tabel 3.2

Püsioleku arvutuste matemaatiline aparatuur

Matemaatiline aparatuur	Rakendused
Maatriksanalüüs	Lineariseeritud võrrandite iteratiivne lahendamine
Numbrilised lahendusmeetodid	Võrrandisüsteemide iteratiivne lahendamine. Koonduvuse, lahendikindluse, ühesuse kontroll.
Hõredustehnika	Suurte süsteemide efektiivne lahendamine.

Leides võrguvõrranditesüsteemi lahendamise teel seisundi põhiparameetrid, on ülejäänud seisundiparameetrid (võimsusvood, voolud, võimsus- ja pingekaod jms) leitavad lihtsate elektrotehnikast tuntud seostega (Ohmi ja Kirchoffi seadused jne). Leitavate seisundiparameetrite koosseis sõltub konkreetse arvutuse eesmärkidest.

3.2. PÜSISEISUNDI ARVUTUSMEETODITE HINDAMISE KRITERIUMID

Tänaseks on välja töötatud rida püsiseisundi arvutuse meetodeid (Newton-Raphsoni meetod ja tema modifikatsioonid, Gauss-Seideli meetod, gradientmeetod jne), mis erinevad arvutuste mahu, koonduvuse kiiruse, vajaliku mälumahu ja muude näitajate poolest. Erinevate meetodite põhiliste hindamiskriteeriumitena võiks nimetada järgmisi.

- Koonduvuse kiirus – s.t iteratsioonide arv, mis on vajalik etteantud täpsuse saavutamiseks.
- Arvutuste maht ühel iteratsioonil.
- Arvutuste kiirus – see on üks põhilisi meetodi efektiivsuse näitajaid ja on määratud kahe eelmise näitajaga. Üldiselt on iseloomulik, et suure koonduvuskiirusega meetodite puhul on arvutuste maht ühel iteratsioonil suur ja vastupidi.
- Vajalik mälumaht – samuit üks olulisemaid efektiivsuse näitajaid. Siiski on selle näitaja roll tänapäeval vähenenud, kuna tänu hõredustehnika rakendamisele on erinevate meetodite mäluvajadused muutunud enam-vähem võrreldavaiks.
- Lahendikindlus – nimelt ilmneb, et teatud juhtudel võib püsiseisundi arvutus mitte anda lahendit (s.t mitte koonduda), kuigi stabiilne seisund reaalselt eksisteerib. Seejuures esimeb olukordi, kus üks meetod annab lahendi, teine aga mitte. Meetodi võimet anda lahend raskete võrkude ja/või raskete talitluste puhul nimetataksegi lahendikindluseks. Täielikult lahendikindlat meetodit pole õnnestunud välja töötada.
- Tundlikkus alglahendile – osa meetodite koonduvuskiirus ja ka lahendikindlus sõltub alglahendi lähedusest lahendile, teiste puhul selline sõltuvus praktiliselt puudub.
- Algoritmi keerukus, mis määrab ära programmeerimise keerukuse. See omadus ei ole oluline sageli kasutatavate tööstuslike programmide puhul, küll aga võib olla määravaks ühekordseteks või väga harva sooritavateks arvutusteks mõeldud programmide koostamisel.
- Ühilduvus muude arvutustega – see omadus on oluline, kui püsiseisundi arvutus moodustab ulatuslikumate arvutuste (nt seisundi optimeerimine, stabiilsuse analüüs vms) koostisosa.
- Arvutiprogrammide valikul tuleb tähelepanu pöörata ka programmi käsitatavuse mugavusele - eelkõige tema ühilduvusele andmebaasidega, samuti arvutus tulemuste automaatse töötamise ulatusele.

Alljärgnevas vaatleme lähemalt tänapäeval enamlevinud meetodite olemust ja omadusi.

3.3. GAUSS-SEIDELI MEETOD

3.3.1. Meetodi olemus

Gauss-Seideli meetod on üks lihtsamaid ja varem kasutusele võetud meetodeid. Meetod seisneb voolude balansi kujul esitatud sõlmevõrrandite süsteemi (2-27)

$$\underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{J}}$$

ja sõlmevoolude avaldiste (2-28)

$$\underline{\mathbf{J}} = (\underline{\mathbf{U}}_d^*)^{-1} \cdot \underline{\mathbf{S}}^*(\underline{\mathbf{U}})$$

iteratiivses lahendamises järgneva skeemi kohaselt:

$$\underline{U}_i^{(k)} = f(\underline{U}_1^{(k)}, \underline{U}_2^{(k)}, \dots, \underline{U}_{i-1}^{(k)}, \underline{U}_{i+1}^{(k-1)}, \dots, \underline{U}_n^{(k-1)}) \quad (3-3)$$

$$i = 2, \dots, n$$

Vaatleme esialgu võrku, milles peale ühe tugisõlme kõik ülejäänud on koormus-sõlmed. Avaldame igast i -st võrrandist

$$\underline{Y}_{i1}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{i2} + \dots + \underline{Y}_{ii-1}\underline{U}_{i-1} + \underline{Y}_{ii}\underline{U}_i + \underline{Y}_{ii+1}\underline{U}_{i+1} + \dots + \underline{Y}_{in}\underline{U}_n = \underline{J}_i$$

$$i = 2, \dots, n$$

i -da sõlme pinge

$$\underline{U}_i = \frac{\underline{J}_i}{\underline{Y}_{ii}} - \frac{\underline{Y}_{i1}}{\underline{Y}_{ii}}\underline{U}_1 - \frac{\underline{Y}_{i2}}{\underline{Y}_{ii}}\underline{U}_2 - \dots - \frac{\underline{Y}_{ii-1}}{\underline{Y}_{ii}}\underline{U}_{i-1} - \frac{\underline{Y}_{ii+1}}{\underline{Y}_{ii}}\underline{U}_{i+1} - \dots - \frac{\underline{Y}_{in}}{\underline{Y}_{ii}}\underline{U}_n \quad (3-4)$$

$$i = 2, \dots, n$$

$$\text{Tähistame } \underline{L}_{ij} = \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} \quad (3-5)$$

Andes ette alg-(e null-)lähendi ja alustades sellest iteratsiooniprotsessi, avaldub järjekordne, k -s lähend, kui:

$$\underline{U}_i^{(k)} = \frac{\underline{J}_i^{(k)}}{\underline{Y}_{ii}} - \underline{L}_{i1}\underline{U}_1^{(k)} - \underline{L}_{i2}\underline{U}_2^{(k)} - \dots - \underline{L}_{ii-1}\underline{U}_{i-1}^{(k)} - \underline{L}_{ii+1}\underline{U}_{i+1}^{(k-1)} - \dots - \underline{L}_{in}\underline{U}_n^{(k-1)} \quad (3-6)$$

kusjuures

$$\underline{J}_i^{(k)} = \frac{\underline{S}_i(\underline{U}_i^{(k-1)})}{(\underline{U}_i^{(k-1)})^*} \quad (3-7)$$

$$i = 2, \dots, n$$

Iteratsioone korratakse, kuni on täidetud koonduvustingimus

$$\max_i \left| \underline{U}_i^{(k)} - \underline{U}_i^{(k-1)} \right| \leq \underline{\varepsilon}_U \quad (3-8)$$

kus $\underline{\varepsilon}_U$ – pingete etteantud arvutustäpsus

Peale pingete arvutuse koondumist arvutatakse tugisõlme võimsus

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{J}_1^* = \underline{U}_1 \sum_{j \in \ddot{u}(1)} \underline{Y}_{1j}^* \underline{U}_j^* \quad (3-9)$$

Kui eesmärgiks on ainult pingete leidmine, on arvutus sellega lõppenud, kui aga eesmärgiks on pingete alusel ka muude seisundiparameetrite arvutus, tuleb kontrollida ka võimsuste balansse sõlmedes:

$$\max_i \left| \Delta \underline{S}_i \right| = \max_i \left| \underline{S}_i(\underline{U}_i) - \sum_{j \in \ddot{u}(i)} \underline{Y}_{ij}^* \underline{U}_j^* \right| \leq \underline{\varepsilon}_S \quad (3-10)$$

kus $\underline{\varepsilon}_S$ – võimsuste balansi etteantud täpsus

Kui tingimus (3-10) on täidetud, on põhiparameetrite (s.t pingete) arvutus lõppenud, vastasel korral suurendatakse pingete arvutuse täpsust:

$$\underline{\varepsilon}_U = \frac{\underline{\varepsilon}_U}{l} \quad (3-11)$$

(kus l – arv piires 2...10) ja pöördutakse tagasi pingete arvutuse juurde (avaldised (3-6) – (3-9)). Protseduuri korratakse kuni tingimuse (3-10) täitumiseni.

3.3.2. Koonduvuse kiirendamine

Tavaliselt rakendatakse Gauss-Seideli meetodi puhul koonduvuse kiirendamist, mis seisneb selles, et enne järjekordselt väljaarvutatud pingelähendi kasutamist järgmiste pingete arvutamiseks teda korigeeritakse järgnevalt:

$$\underline{U}_i^{(k)} = \underline{U}_i^{(k-1)} + \omega \cdot (\underline{U}_i^{(k)} - \underline{U}_i^{(k-1)}) \quad (3-12)$$

$$i = 2, \dots, n$$

kus ω – nn kiirendustegur, mille väärtus võetakse tavaliselt piires 1,3...1,7. Kiirendusteguri optimaalne väärtus sõltub konkreetse võrgu iseloomust ja ta leitakse tavaliselt proovimise teel.

Kiirenduse kasutamine võimaldab tõsta koonduvuskiirust kuni kaks korda ja vahel rohkemgi.

Nagu näha, $\omega = 1$ puhul $\underline{U}_i^{(k)} = \underline{U}_i^{(k)}$, s.t kiirendamist ei toimu.

3.3.3. Kompleksvõrrandite lahendamine

Gauss-Seideli meetodil võib arvutuse põhimõtteliselt sooritada komplekskujul, kuid arvutusaeg osutub väiksemaks kompleksvõrrandite lahutamisel reaalvõrrandideks, tavaliselt ristkoordinaatides. Avaldise (3-5) põhjal

$$\underline{L}_{ij} = L'_{ij} + jL''_{ij} = \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} = \frac{G_{ij} + jB_{ij}}{G_{ii} + jB_{ii}} \quad (3-13)$$

millest

$$L'_{ij} = \frac{G_{ii}G_{ij} + B_{ii}B_{ij}}{G_{ii}^2 + B_{ii}^2} ; L''_{ij} = \frac{G_{ii}B_{ij} - G_{ij}B_{ii}}{G_{ii}^2 + B_{ii}^2} \quad (3-14)$$

Siis võime võrrandite (3-4) asemel kirjutada

$$U'_i + jU''_i = \frac{(J'_i + jJ''_i)(G_{ii} - jB_{ii})}{G_{ii}^2 + B_{ii}^2} - \sum_{j \in ii(i)} (L'_{ij} + jL''_{ij})(U'_j + jU''_j) \quad (3-15)$$

ehk

$$U'_i^{(k)} = \frac{J'_i^{(k)}G_{ii} + J''_i^{(k)}B_{ii}}{G_{ii}^2 + B_{ii}^2} - \sum_{j=2}^{i-1} (L'_{ij}U'_j^{(k)} - L''_{ij}U''_j^{(k)}) - \sum_{j=i+1}^n (L'_{ij}U'_j^{(k-1)} - L''_{ij}U''_j^{(k-1)})$$

$$U''_i^{(k)} = \frac{-J'_i^{(k)}B_{ii} + J''_i^{(k)}G_{ii}}{G_{ii}^2 + B_{ii}^2} - \sum_{j=2}^{i-1} (L'_{ij}U''_j^{(k)} + L''_{ij}U'_j^{(k)}) - \sum_{j=i+1}^n (L'_{ij}U''_j^{(k-1)} + L''_{ij}U'_j^{(k-1)})$$

$$i = 2, \dots, n \quad (3-16)$$

Koonduvust kontrollitakse tavaliselt pingemooduli järgi:

$$\max_i |U_i^{(k)} - U_i^{(k-1)}| \leq \varepsilon_U \quad \text{kus } U_i = \sqrt{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} \quad (3-17)$$

3.3.4. Generaatorsõlmede arvestamine

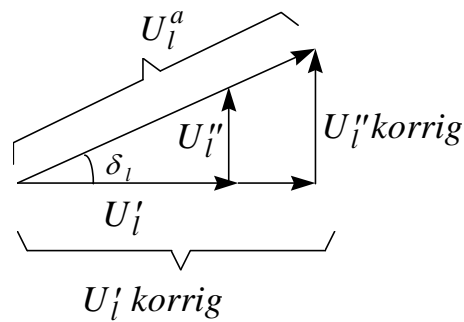
Vaatame nüüd üldist juhtumit, kui arvutatav võrk sisaldab ka generaatorsõlmi, s.t sõlmi, milles on antud pingemoodul, otsitavaks aga reaktiivvõimsus.

Generaatorsõlme jaoks arvutatakse normaalses korras pingereaal- ning imaginaarosa järjekordsed lähendid U'_l, U''_l ($l \in \mathfrak{S}_G$, kus \mathfrak{S}_G - generaatorsõlmede hulk) ning leitakse pingekurk

$$\delta_l = \arctan \frac{U''_l}{U'_l} \quad (3-18)$$

Enne arvutatud lähendite kasutamist edasises arvutuses korrigeeritakse neid järgmiselt

$$U'_l = U_l^a \cos \delta_l, \quad U''_l = U_l^a \sin \delta_l \quad (3-19)$$



Joonis 3.1 Generaatorsõlme pingelähendite korrigeerimine

kus U_l^a - l -as generaatorsõlmes antud pingemoodul.

Korrigeerimise olemust selgitab joonis 3.1.

Peale järjekordse iteratsiooni lõppu arvutatakse igas generaatorsõlmes genereeritav reaktiivvõimsus:

$$Q_l = \mathbf{Im} (\underline{U}_l^a \underline{I}_l^*) = \mathbf{Im} (\underline{U}_l^a \sum_{j \in i(l)} \underline{Y}_{lj}^* \underline{U}_j^*) \quad l \in \mathfrak{T}_G \quad (3-20)$$

Edasi kontrollitakse tingimust

$$Q_l^- \leq Q_l \leq Q_l^+ \quad (3-21)$$

Kui sõlme l jaoks pole tingimus (3-21) täidetud, fikseeritakse selles sõlmes reaktiivvõimsus Q_l ületatud piiril, s.t. $Q_l = Q_l^-$ või $Q_l = Q_l^+$ ning lastakse vabaks pingemoodul, s.t. ta muutub otsitavaks. Seega muutub generaatorsõlm koormussõlmeks.

3.3.5. Gauss-Seideli meetodi omadused

Meetodi eelised on järgmised:

- väike mälu vajadus hõredustehnikat rakendamata;
- väike arvutuste maht ühel iteratsioonil;
- koonduvuskiirus ja lahendikindlus ei sõltu pinge algühendist;
- lihtne algoritm.

Meetodi puudusteks on:

- aeglane koonduvus – nõutava täpsuse saavutamise võib nõuda sadu iteratsioone;
- suhteliselt suur arvutusaeg – seda just tänu aeglasele koonduvusele;
- suhteliselt halb lahendikindlus.

Kokkuvõttes võib öelda, et tänu oma lihtsusele leiab Gauss-Seideli meetod tänapäeval küll mõningat kasutamist, kuid tema kasutusala aheneb efektiivsemate meetodite, eriti kiire lõhestatud meetodi kasuks. Siiski, tänu sellele, et koonduvuskiirus ja lahendikindlus ei sõltu pinge algühendist, kasutatakse Gauss-Seideli meetodit vahel koos Newton Raphsoni meetodiga pinge algühendi esialgseks lähendamiseks lahendile.

Märgime lõpuks, et kirjanduses kohtab vaadeldud meetodit ka teiste nimede all, nagu Gaussi iteratsiooni meetod, Seideli meetod, kiirendatud iteratsiooni meetod.

3.4. NEWTON-RAPHSONI MEETOD

Newton-Raphsoni meetod ja tema modifikatsioonid on tänapäeval tunnustatud kõige efektiivsemateks ning on seetõttu ka kõige laiemalt levinud.

3.4.1. Meetodi olemus

Vaatleme mittelineaarset võrrandisüsteemi

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (3-21)$$

kus \mathbf{b} ja \mathbf{x} – n -mõõtmelised antud ja otsitavate parameetrite vektorid
 \mathbf{f} – n -mõõtmeline vektorfunktsioon

Võime ka kirjutada:

$$b_i = f_i(x_1, \dots, x_n) \quad i = 1, \dots, n \quad (3-22)$$

Olgu $\tilde{\mathbf{x}}$ - võrrandi (3-21) lahend, $\mathbf{x}^{(0)}$ - lähend. Olgu $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ diferentseeritav lahendi $\tilde{\mathbf{x}}$ ümbruses (nii see ka elektrivõrgu ülesannete puhul praktiliselt on). Siis võime $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ arendada punktis $\mathbf{x}^{(0)}$ Taylori ritta

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^{(0)}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)}) + \text{kõrgemad liikmed} \quad (3-23)$$

Tähistame osatuletiste maatriksi e **jakobiaani**

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3-24)$$

kus jakobiaan laotatud kujul

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

Jättes arvestamata kõrgemad liikmed arenduses, saame lineariseeritud ülesande

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{A}(\mathbf{x}^{(0)}) (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)}) \quad (3-26)$$

Kuna tegelikult on ülesanne mittelineaarne, defineerime vektori $\mathbf{x}^{(1)}$ nii, et

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{A}(\mathbf{x}^{(0)}) (\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}) \quad (3-27)$$

Kui $\mathbf{A}(\mathbf{x}^{(0)})$ on mittekõrdunud, s.t $\det \mathbf{A}(\mathbf{x}^{(0)}) \neq 0$, siis

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + [\mathbf{A}(\mathbf{x}^{(0)})]^{-1} [\mathbf{b} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})] \quad (3-28)$$

ehk üldjuhul

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + [\mathbf{A}(\mathbf{x}^{(k)})]^{-1} [\mathbf{b} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)})] \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3-29)$$

Teisisõnu,

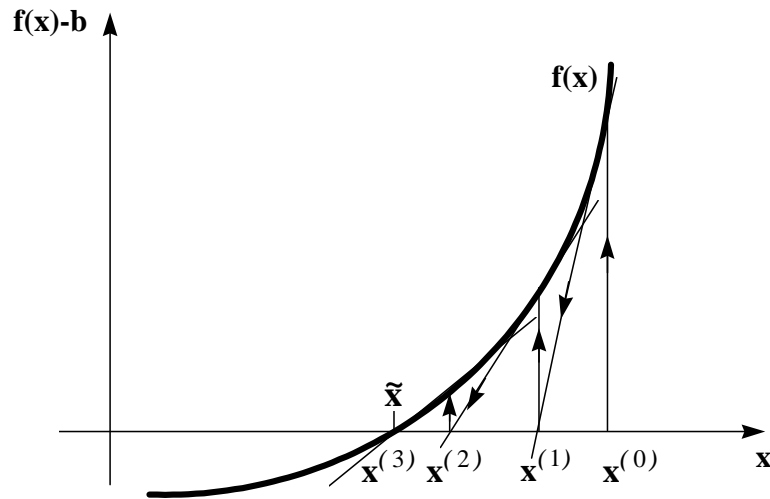
$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \Delta \mathbf{x}^{(k)} \quad (3-30)$$

kus parandus $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$ leitakse lineaarvõrrandisüsteemi

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}^{(k)}) \Delta \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{b} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (3-31)$$

lahendamisel.

Meetodi olemust illustreerib graafiliselt joonis 3.2.



Joonis 3.2 Newtoni iteratsiooniprotsess

3.4.2. Meetodi rakendus elektrivõrgu püsiseisundi arvutamiseks

Elektrivõrgu püsiseisundi arvutus Newton-Raphsoni meetodil seisneb võimsuste balansi kujul esitatud sõlmvõrrandite lahendamises ülalvaadeldud viisil. Seejuures pole lahendamine komplekskujul võrrandite (2-37) alusel võimalik, kuna jakobiaani elemendid oleksid sel juhul kompleksarvude tuletised kompleksarvude järgi. Tuletised kompleksarvude järgi pole aga defineeritud.

Püsiseisundi arvutuse vaatlemisel on mugavam vektori \mathbf{x} asemel kasutada oleku parameetrite vektoreid $\boldsymbol{\delta}$ ja \mathbf{U}

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}$$

Korrastame võrgu võrrandid alljärgnevalt.

1. Tugisõlme pinge nurk

$$0 = \delta_1 \quad (3-32)$$

2. Pinge moodulid genereerivates sõlmedes (k.a tugisõlm)

$$U_l^a = U_l, \quad l \in \mathfrak{S}_G \quad (3-33)$$

3. Aktiivvõimsuse injektsioonid sõlmedes (2-40)

$$P_i^a = U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (3-34)$$

4. Reaktiivvõimsuse injektsioonid koormussõlmedes (2-41):

$$Q_i^a = -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}), \quad i \in \mathfrak{S}_K \quad (3-35)$$

kus \mathfrak{S}_K – koormussõlmede hulk, ülaindeks “a” tähistab antud (sõltumatuid) suurusi

Võrrandid (3-32) ja (3-33) on triviaalsed võrdused, mis võib otseselt asetada ülejäänud võrranditesse. Seega mittetriviaalsete võrrandite arv

$$n_v = 2n_K + n_G - 1 \quad (3-36)$$

kus n_K , n_G - vastavalt koormus- ja genereerivate (k.a tugisõlm) sõlmede arv

Ellimineerides triviaalsed võrdused, saame

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_{i_1} \\ U_{i_2} \\ \vdots \\ U_{i_m} \end{bmatrix}$$

kus i_1, i_2, \dots, i_m - koormussõlmede indeksid

Seega lahendamisele kuuluv püsiseisundi võrrandite süsteem

$$P_i^a = U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad i = 2, \dots, n \quad (3-37)$$

$$Q_i^a = -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad i \in \mathfrak{S}_K \quad (3-38)$$

Võrrandite toodud järjestus võimaldab jakobiaani esitada plokkmaatriksina

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\delta}} & \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\delta}} & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix} \quad (3-39)$$

kus

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{i_1} \\ Q_{i_2} \\ \vdots \\ Q_{i_m} \end{bmatrix}$$

Leiame jakobiaani elementide avaldised, tuletades võrrandeid (3-37) ja (3-38) ning kasutades tähiseid (2-42)

$$T_{ij} = G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}$$

$$V_{ij} = G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}$$

Siis

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j V_{ij}; \quad \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = U_i U_j V_{ij};$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2U_i G_{ii} + \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j T_{ij}; \quad \frac{\partial P_i}{\partial U_j} = -U_i T_{ij};$$

(3-40)

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j T_{ij}; \quad \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -U_i U_j T_{ij};$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_i} = -2U_i B_{ii} + \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j V_{ij}; \quad \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} = U_i V_{ij}$$

Nagu näeme, on jakobiaan hõre maatriks – iga tema ploki hõredustegur on võrdne sõlmejuhtivuste maatriksi hõredusteguriga.

Koondumise kontrolliks kasutatakse tavaliselt sõlmede võimsusbalansi tingimusi:

$$\max_i |P_i^a - P_i| \leq \varepsilon_P, \quad \max_i |Q_i^a - Q_i| \leq \varepsilon_Q \quad (3-41)$$

kus ε_P , ε_Q - aktiiv- ja reaktiivvõimsusbalansside etteantud arvutustäpsused (tüüpilised väärtused on piires 0,01...0,1 MW ja MVar).

Generaatorsõlmede käsitlemine on suhteliselt lihtne – igal iteratsioonil tuleb generaatorsõlme jaoks kontrollida tingimust (3-21). Kui see on täidetud, jätkub arvutus normaalses korras, kui aga mitte, fikseeritakse reaktiivvõimsus Q_1 ületatud piiril ja otsitavaks muutub pinge moodul U_1 . Antud juhul tähendab see ühtlasi jakobiaani bloki $\partial \mathbf{Q} / \partial \mathbf{U}$ ridade ja veergude arvu muutumist ning vektorite \mathbf{Q} ja \mathbf{U} ridade arvu muutumist.

3.4.3. Meetodi omadused

Meetodi headeks omadusteks on:

- väga kiire koondumus – vajalik täpsus saavutatakse reeglina vähem, kui viie, sageli aga ainult ühe kuni kolme iteratsiooniga. Koondumise kiiruselt on Newton-Raphsoni meetod parim tänapäeval kasutatavaist;
- küllalt suur arvutuste kiirus – seda just tänu väga kiirele koondumisele;
- suhteliselt väike mäluvajadus tänu hõredustehnika rakendamisele, jäädes siiski sellelt omaduselt alla Gauss-Seideli meetodile;

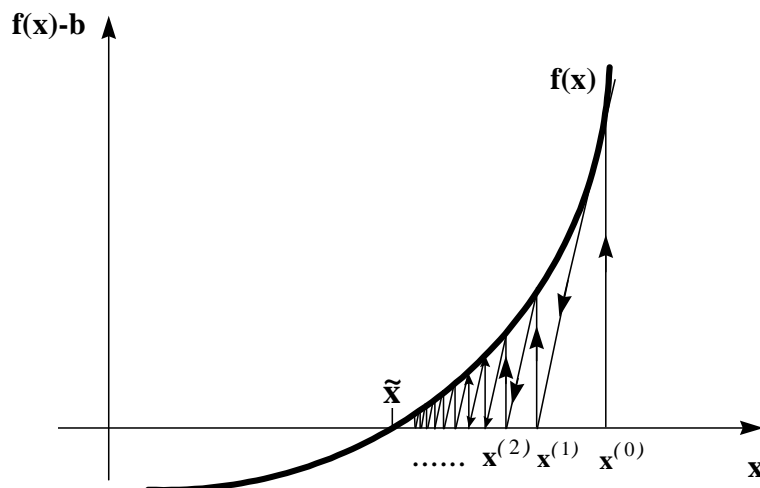
- suhteliselt hea lahendikindlus – tunduvalt kõrgem, kui Gauss-Seideli meetodil;
- hea ühilduvus optimeerimisarvutustega.

Meetodi puudustena tuleks nimetada:

- väga suur arvutuste maht ühel iteratsioonil – igal iteratsioonil tuleb uuesti arvutada jakobiaani elemendid ja, mis veelgi olulisem, lahendada lineaarvõrrandisüsteem (3-31);
- mittetäielik lahendikindlus;
- tundlikkus pinge alglahendile;
- algoritmi keerukus - seda tänu vajadusele rakendada hõredustehnikat.

Vaatamata nimetatud puudustele on Newton-Raphsoni meetod üks efektiivsemaid. Tänapäeval on levinud Newton-Raphsoni meetodi modifikatsioonid, eriti nn kiire lõhestatud meetod, mis säilitavad praktiliselt baasalgoritmi eelised, leevendavad või kõrvaldavad aga tema puudusi.

Üheks lihtsaimaks võimaluseks vähendada arvutuste mahtu on arvutada jakobiaani elemendid ja jakobiaan faktoriseerida ainult esimesel iteratsioonil või koguni kasutada mõnel varasemal sama skeemiga arvutusel faktoriseeritud jakobiaani. Sellega ei kannata arvutuste täpsus, küll aga väheneb mõnevõrra koonduvuse kiirus, jäädes siiski reeglina alla 10 iteratsioonile – vt jn 3.3.



Joonis 3.3 Newtoni iteratsiooniprotsess konstantse jakobiaaniga

3.5. KIIRE LÕHESTATUD MEETOD

Üldiselt kehtivad kõrgepingevõrku kohta järgmised faktid:

- Kuna elektriliinide ja trafode aktiivtakistused on palju väiksemad reaktiivtakistustest, siis:

$$\left|G_{ij}\right| \ll \left|B_{ij}\right|, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (3-42)$$

Enamikel juhtudel ülekandevõrkudes

$$\left| \frac{B_{ij}}{G_{ij}} \right| \approx 5 \dots 20$$

- Nurkade erinevused elektriliinide ja trafode otssõlmedes, s.t $\delta_{ij} = (\delta_i - \delta_j)$ on väikesed ega ületa 30°; enamikel juhtudel aga tänu termilistele ja stabiilsusalastele kitsendustele jäävad alla 10...15°. Seega

$$\cos \delta_{ij} \approx 1,0 ; \quad \sin \delta_{ij} \approx 0 \quad (3-43)$$

Järelikult on jakobiaani plokkide $\partial \mathbf{P} / \partial \mathbf{U}$ ja $\partial \mathbf{Q} / \partial \boldsymbol{\delta}$ elemendid väga väikesed võrreldes plokkide $\partial \mathbf{P} / \partial \boldsymbol{\delta}$ ja $\partial \mathbf{Q} / \partial \mathbf{U}$ elementidega, s.t et aktiivvõimsuste injektsioonid on tundlikud põhiliselt nurkade $\boldsymbol{\delta}$ suhtes, reaktiivvõimsuse injektsioonid aga põhiliselt pingete \mathbf{U} suhtes (ja ka vastupidi). Samuti võib järeldada, et

$$\left| T_{ij} \right| \ll \left| V_{ij} \right| \quad (3-44)$$

Seega võime ligikaudselt kirjutada:

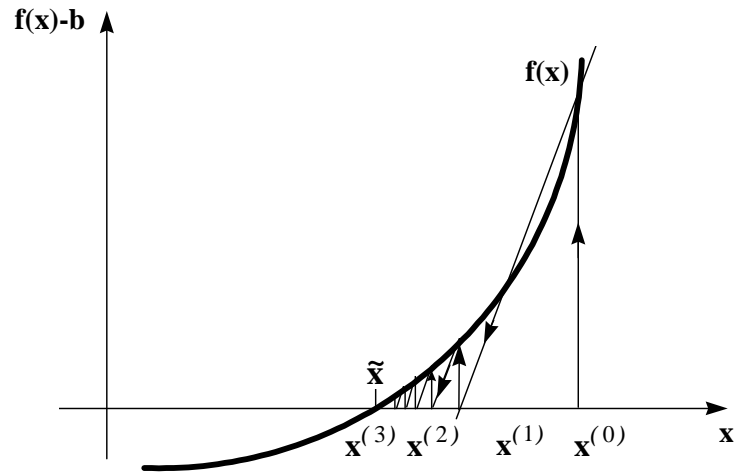
$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{P} / \partial \boldsymbol{\delta} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \partial \mathbf{Q} / \partial \mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (3-45)$$

Praktika näitab et sellise lihtsustuse puhul koondub Newtoni iteratsiooniprotsess edukalt (vt jn 3.4).

Ulatuslik arvutuspraktika kinnitab, et peale vaadeldud lõhestamise on edukalt rakendatavad veel järgmised lihtsustused, mis viivad nn **kiirele lõhestatud meetodile**.

Nimelt võib jakobiaani diagonaalplokkide elementide avaldasi lihtsustada, võttes ligikaudselt $U_j \approx U_{jN}$ ehk suhtelistes ühikutes $U_j \approx 1,0$; $j = 1, \dots, n$; $j \neq i$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -U_i \sum_{j \in \hat{u}(i)} U_j V_{ij} = -U_i \sum_{j \in \hat{u}(i)} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \approx U_i \sum_{j \in \hat{u}(i)} B_{ij} = U_i B'_{ii} \quad (3-45)$$



Joonis 3.4 Newtoni iteratsiooniprotsess konstantse ligikaudse jakobiaaniga

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = U_i U_j V_{ij} \approx -U_i B_{ij} = U_i B'_{ij} \quad (3-46)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial U_i} &= -2U_i B_{ii} + \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \approx \\ &\approx -2U_i B_{ii} - U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} B_{ij} = -U_i B_{ii} = U_i B''_{ii} \end{aligned} \quad (3-47)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial U_j} = U_i V_{ij} \approx -U_i B_{ij} = U_i B''_{ij} \quad (3-48)$$

Siin seega:

$$B'_{ij} = \begin{cases} -B_{ii}, & \text{kui } i = j \\ -B_{ij} = b_{ij}, & \text{kui } i \neq j \end{cases} \quad B''_{ij} = \begin{cases} -B_{ii}, & \text{kui } i = j \\ -B_{ij} = b_{ij}, & \text{kui } i \neq j \end{cases} \quad (3-49)$$

Siin erinevus maatriksite \mathbf{B}' ja \mathbf{B}'' vahel seisneb selles, et maatriks \mathbf{B}'' ei sisalda generaatorsõlmedele vastavaid ridu ja veerge.

Seega:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\delta}} &\approx \mathbf{U}'_d \mathbf{B}' \\ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} &\approx \mathbf{U}''_d \mathbf{B}'' \end{aligned} \quad (3-50)$$

kus

$$\mathbf{U}'_d = \begin{bmatrix} U_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & U_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}''_d = \begin{bmatrix} U_{l_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & U_{l_m} \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

ja l_1, \dots, l_m – koormussõlmede indeksid

Seega võime kirjutada:

$$\begin{bmatrix} \delta^{(k+1)} \\ \mathbf{U}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(k)} \\ \mathbf{U}^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{U}'_d{}^{(k)} \mathbf{B}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}''_d{}^{(k)} \mathbf{B}'' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^a - \mathbf{P}^{(k)} \\ \mathbf{Q}^a - \mathbf{Q}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(k)} \\ \mathbf{U}^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}'^{-1} (\mathbf{U}'_d{}^{(k)})^{-1} \Delta \mathbf{P}^{(k)} \\ \mathbf{B}''^{-1} (\mathbf{U}''_d{}^{(k)})^{-1} \Delta \mathbf{Q}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3-52)$$

Siin ülaindeks "a" tähistab antud võimsuste vektoreid.

Tähistame:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}'_d{}^{-1} \Delta \mathbf{P} &= \Delta \mathbf{P} / \mathbf{U}' \\ \mathbf{U}''_d{}^{-1} \Delta \mathbf{Q} &= \Delta \mathbf{Q} / \mathbf{U}'' \end{aligned} \quad (3-53)$$

Siin $\Delta \mathbf{P} / \mathbf{U}'$ ja $\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{U}''$ tähistavad veergmaatrikse, mille üksikelementideks on vastavalt $\Delta P_i / U'_i$ ja $\Delta Q_i / U''_i$.

Seega saame lõplikult:

$$\begin{aligned} \delta^{(k+1)} &= \delta^{(k)} + \mathbf{B}'^{-1} \cdot \Delta \mathbf{P}^{(k)} / \mathbf{U}'^{(k)} \\ \mathbf{U}^{(k+1)} &= \mathbf{U}^{(k)} + \mathbf{B}''^{-1} \Delta \mathbf{Q}^{(k)} / \mathbf{U}''^{(k)} \end{aligned} \quad (3-54)$$

Nagu näha, on ülesanne lõhestunud kaheks iseseisvaks võrrandiks.

Koonduvuse kiirendamiseks arvutatakse $\Delta \mathbf{Q}$ $\delta^{(k+1)}$ järgi, s.t

$$\Delta \mathbf{Q}^{(k)} = \mathbf{Q}^a - \mathbf{Q}(\delta^{(k+1)}, \mathbf{U}^{(k)}) \quad (3-55)$$

Selline võtte vähendab iteratsioonide arvu ligi poole võrra.

Kiire lõhestatud meetodi eelised:

- Jakobiaan on asendatud kahe konstantse maatriksiga \mathbf{B}' ja \mathbf{B}'' . Need nõuavad umbes poole vähem mälumahtu. Nende elemendid arvutatakse ja maatriksid faktoriseeritakse ainult üks kord esimesel iteratsioonil. Veelgi enam - need maatriksid tulevad uuesti määrata ja faktoriseerida alles siis, kui muutuvad võrgu parameetrid. Seega väheneb tunduvalt mälu vajadus ja väga märgatavalt arvutusaeg.
- Kogemused näitavad, et koonduvuse piirkond seisundi parameetrite ruumis on suurem, kui täpse meetodi puhul - seega on koonduvus vähem tundlik pinge algühendi suhtes.

Puuduseks on mõnevõrra aeglasem koonduvus (kümnekond iteratsiooni).

Siiski kokkuvõttes on meetod väga efektiivne - tunduvalt kiirem baasmeetodist ja samas väiksema mälu vajadusega. Seetõttu on ta tänapäeval üks laiemini levinud meetodeid.

3.6. PÜSISEISUNDI ALALISVOOLU MUDEL

Edasiseks lihtsustuseks on püsiseisundi lineaarne nn alalisvoolu mudel, mis põhineb järgmistel eeldustel:

- kõik aktiivjuhtivused on tühised, s.t $G_{ij} \approx 0$
- kõik nurgad δ_{ij} on väikesed (alla 30°) - siis $\sin \delta_{ij} \approx \delta_{ij}$; $\cos \delta_{ij} \approx 1.0$
- kõik pinged on võrdsed nimipingetega, s.t $U_i \approx 1,0$ s.ü.

Sel juhul saame

$$\begin{aligned}
 P_i &= U_i^2 G_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \approx \\
 &\approx U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j B_{ij} \delta_{ij} = \sum_{j \in \bar{i}(i)} B_{ij} \delta_{ij} = \sum_{j \in \bar{i}(i)} B_{ij} (\delta_i - \delta_j) = \\
 &= \delta_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} B_{ij} - \sum_{j \in \bar{i}(i)} B_{ij} \delta_j = -\delta_i B_{ii} + \sum_{j \in \bar{i}(i)} -B_{ij} \delta_j
 \end{aligned} \tag{3-56}$$

$$i = 2, \dots, n$$

ehk:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}' \boldsymbol{\delta} \tag{3-57}$$

kus siin:

$$B'_{ij} = \begin{cases} -B_{ij} = b_{ij}, & \text{kui } i \neq j \\ -B_{ii}, & \text{kui } i = j \end{cases}$$

Seejuures:

$$\begin{aligned}
 Q_i &= -U_i^2 B_{ii} + U_i \sum_{j \in \bar{i}(i)} U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = \\
 &= -B_{ii} + \sum_{j \in \bar{i}(i)} -B_{ij} = 0
 \end{aligned} \tag{3-58}$$

Ülesande (3-57) lahend:

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{B}'^{-1} \mathbf{P} \tag{3-59}$$

Seega lahendamisel arvestame ainult aktiivvõimsusi ilma kadudeta.

Aktiivvõimsusvoog liinis i-j:

$$P_{ij} = -b_{ij} (\delta_i - \delta_j) \tag{3-60}$$

Püsiseisundi alalisvoolu mudelit kasutatakse aktiivvõimsuste jagunemise kiireks ligikaudseks arvutamiseks, nt häiringukindluse analüüsil, variantide võrdlemisel projekteerimis- ja eriti planeerimisarvutustes jne.

3.7. PARAMEETRILINE NEWTONI MEETOD

Meetodi põhieesmärk – ületada Newton-Raphsoni meetodi ja tema modifikatsioonide puudus – tundlikkus alglähendile.

Vaatame võimsusbalansside kujul antud sõlmvõrrandite

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (3-61)$$

lahendamist, kus \mathbf{b} - injektsioonide vektor, \mathbf{x} - pinge nurkade ja moodulite vektor ja $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ - sõlmvõrrandite vektor:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{U}) \\ \mathbf{Q}(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{U}) \end{bmatrix} \quad (3-62)$$

Kui on tegemist raske võrgu või/ja talitlusega, võib antud alglähendi $\mathbf{x}^{(0)}$ puhul koonduvuskindlust tunduvalt tõsta järgmiselt.

Leiame

$$\mathbf{b}^{(0)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (3-63)$$

Edasi lahendatakse seeria järgmisi alaülesandeid vektori $\mathbf{x}^{(v)}$ suhtes:

$$\mathbf{b}^{(v)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(v)}), \quad v = 1, \dots, N \quad (3-64)$$

kus

$$\mathbf{b}^{(v)} = \mathbf{b}^{(0)} + \frac{v}{N}(\mathbf{b} - \mathbf{b}^{(0)}) \quad (3-65)$$

N – sammude (alaülesannete) arv

Igal sammul võetakse alglähendiks eelmise sammu lahend. Ilmselt saame viimasel, N -dal sammul lähteülesande (3-60) lahendi.

Igal sammul võib alaülesande lahendada mistahes meetodil, kuid kõige otstarbekam on rakendada Newton-Raphsoni meetodit või mõnd tema modifikatsiooni, mis koonduvad kiiresti ja kindlalt, kui alglähend on lahendile küllalt lähedal. Mida suurem on N , seda suurem on koonduvuskindlus, kuid ka arvutuste maht.

Vaadeldud meetod on praegu tuntuist suurima koonduvuskindlusega. Tema puuduseks on aga suur arvutuste maht - sisuliselt üks ülesanne asendatakse N peaaegu samamahulise allülesandega.

3.8. GRADIENTMEETOD

Meetod seisneb järgnevas. Koostame sõlmevõimsuste ebalansside ruutude summa:

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_i [b_i - f_i(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{U})]^2 = \sum_i W_i^2(\mathbf{x}) \quad (3-66)$$

Muutujate \mathbf{x} väärtused, mis tagavad funktsiooni $\Psi(\mathbf{x})$ miinimumi, on samal ajal ilmselt võrrandisüsteemi

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (3-67)$$

seega ka võrrandisüsteemi (3-60) lahendiks.

Funktsiooni $\Psi(\mathbf{x})$ minimeerimiseks liigume sammhaaval, alates algühendist $\mathbf{x}^{(0)}$, funktsiooni gradiendi vastassuunas

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \rho \mathbf{grad}_{\mathbf{x}} \Psi(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (3-68)$$

kus ρ - sammu pikkus gradiendi vastassuunas.

Gradiendi komponendid avalduvad, kui

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_i} = 2 \sum_j W_j(\mathbf{x}) \frac{\partial W_j(\mathbf{x})}{\partial x_i} = 2 \sum_j W_j(\mathbf{x}) A_{ij} \quad (3-69)$$

$$i = 1, \dots, n,$$

kus A_{ij} - sõlmevõrrandisüsteemi jakobiaani elemendid

Koonduvustingimuseks on:

$$|\Psi^{(k+1)} - \Psi^{(k)}| \leq \varepsilon_{gr} \quad (3-70)$$

kus ε_{gr} - etteantud arvutustäpsus

Meetodi koonduvuskiirus sõltub suurel määral sammu pikkuse ρ valikust. On väljatöötatud erinevaid mooduseid optimaalsele lähedase ρ leidmiseks.

Meetod jääb efektiivsuselt alla newtoni tüüpi meetoditele. Tema eelisteks on lihtsus, väike mäluvajadus hõredustehnikat rakendamata ja eelkõige väike tundlikkus algühendile. Seetõttu soovitatakse teda kasutada koos newtoni tüüpi meetoditega esimeste iteratsioonide sooritamiseks. Pidagem silmas, et gradientmeetod sobitub hästi newtoni tüüpi meetoditega.

3.9. JAOTUSVÕRGU PÜSISEISUNDI ARVUTUS

Kuna jaotusvõrgud töötavad tavaliselt avatutena, siis on püsiseisundi arvutus suhteliselt lihtne. Teisest küljest võib koormussõlmede arv olla väga suur ja info nende koormuste kohta piirdub sageli vaid ülesüsteemiliste mõõtmistega või ainult aastase energiatarbimisega madalpinge poolel. Viimasel juhul kasutatakse koormuste saamiseks empiirilisi valemeid. Näiteks koormustippude arvutamiseks on laialt levinud nn Velanderi valem

$$P = k_1 W + k_2 \sqrt{W}$$

kus W on aastane energia tarbimine, k_1 ja k_2 konstandid. Valemi põhipuuduseks on, et ta ei arvesta klientide koormusgraafikute kuju erinevusi. Täpsemaid tulemusi annab koormusgraafikute süntees.

Radiaalsete jaotusvõrkude püsitalitluse arvutus konventsionaalse Newton-Raphsoni või kiirel lõhestatud meetodil on ebaefektiivne. Otstarbekam on rakendada lihtsat kahekäigulist iteratsiooniprotsessi, mille vastukäigul arvutatakse võimsuskaod ja võimsusvood liinides, alustades fiidri lõpust, pärikäigul aga arvutatakse pinged sõlmedes, alustades toitealajaama lattidest, kus pinge loetakse teadaolevaks.

Kuna jaotusvõrkudes on liini otsõlmede pingektorite vaheline nurk väga väike, siis nurki tavaliselt ignoreeritakse ja pinged sõlmedes arvutatakse pingekao alusel. Reeglina ei arvestata ka liinide põikjuhtivusi. Kuna pingekadu avaldub, kui

$$U_i - U_{i+1} = \frac{P_i R_i + Q_i X_i}{U_{i+1}} \quad (3-71)$$

siis

$$U_{i+1} = \frac{U_i}{2} + \sqrt{\frac{U_i^2}{4} - (P_i R_i + Q_i X_i)} \quad (3-72)$$

kus U_i – pinge i -da liini alguses (toitepunkti poolt lugedes)
 P_i, Q_i – aktiiv- ja reaktiivvõimsusvoog i -da liini alguses
 R_i, X_i – i -da liini aktiiv- ja reaktiivtakistus

Aktiiv- ja reaktiivvõimsusvood liinides avalduvad, kui

$$P_{i+1} = \sum_{j=i+1}^n P_{kj} + \sum_{j=i+1}^{n-1} \Delta P_j \quad (3-73)$$

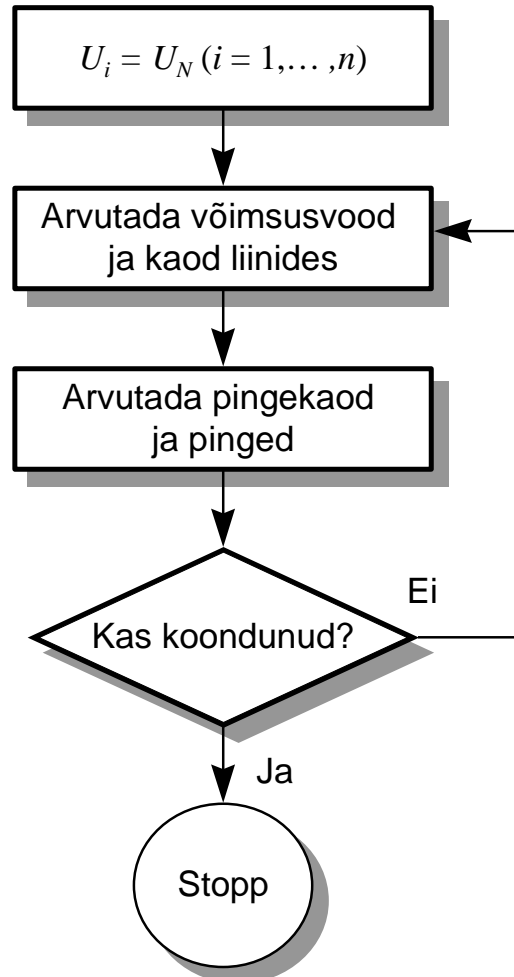
$$Q_{i+1} = \sum_{j=i+1}^n Q_{kj} + \sum_{j=i+1}^{n-1} \Delta Q_j \quad (3-74)$$

kus P_{kj}, Q_{kj} – aktiiv- ja reaktiivkoormus j -s sõlmes
 $\Delta P_j, \Delta Q_j$ – aktiiv- ja reaktiivvõimsuskadu j -s liinis
 $n-1$ – järjestikuste harude arv

Võimsuskaod leitakse seostega:

$$\Delta P_i = \frac{P_{i+1}^2 + Q_{i+1}^2}{U_{i+1}^2} R_i, \quad \Delta Q_i = \frac{P_{i+1}^2 + Q_{i+1}^2}{U_{i+1}^2} X_i \quad (3-75)$$

Arvutuse plokk skeem on toodud jn 3.5.



Joonis 3.5 Radiaalvõrgu püsiseisundi arvutuse plokk skeem

Pinge alg lähendina võib nimipingete asemel kasutada varasema lähedase seisundi arvutuse tulemusi. Selline arvutus koondub tavaliselt 2...5 iteratsiooniga. Ligi-kaudsetes arvutustes jäetakse vahel arvestamata võimsuskaod.

Kuna jaotusvõrgud on reeglina väljaehitatud suletud võrkudena, tekib vahel vajadus suletud võrgu arvutuseks (nt optimaalsete lahutuskohtade leidmisel). Siis on kasutatavad konventsionaalsed suletud võrkude arvutusmeetodid - Gauss-Seideli või Newton-Raphsoni meetod. Ülalvaadeldud kiire lõhestatud meetod ei sobi jaotusvõrkudele, kuna nendes pole täidetud üks tema põhieeldusi – nimelt, et võrgu elementidele $X/R \gg 1$. Siiski on ka jaotusvõrkudele väljatöötatud rida lõhestatud algoritme, mida siin lähemalt ei vaatle.

Arvestades, et jaotusvõrkudes on kontuuride arv suhteliselt väike, on välja töötatud iteratiivne meetod, mis rakendab kompensatsioonitehnikat. Algul avatakse kõik kontuurid ning arvutatakse saadud radiaalvõrk ülaltoodud algoritmi kohaselt.

Seejärel leitakse voolud kõõludes ning korrigeeritakse pingeid sõlmedes. Protsessi korratakse koondumiseni pingete järgi. Meetod eeldab kontuurtakistuste maatriksi koostamist ja tema pööramist, mis tuleb lugeda tema põhipuuduseks.

Kuna sõlmede koormused on juhusliku iseloomuga ega pole täpselt määratavad, tuleks tehniliste kitsenduste täidetuse kontrollil püsiseisundi arvutus sooritada koormustel, mis vastavad nende prognoosi usaldusintervallide ülemistele (vajadusel ka alumistele) piiridele, kadude arvutusel tuleb kasutada keskväärtusi.

3.10. PÜSISEISUNDI ARVUTUSE ERIKÜSIMUSI

3.10.1. Kitsenduste arvestamine

Kaasagsed püsiseisundite arvutusprogrammid püüavad tagada automaatselt ka seisundi lubatavuse, s.t koondumise lahendiks, mille puhul on täidetud kõik kitsendused (või vähemalt enamik neist).

Trafode väljavõtted reguleeritakse põhimõtteliselt nii, et tagada võrgu teatud punktides – nn kontrollpunktides – pinged etteantud lubatud piires. Kontrollpunktideks on koormussõlmed. Kui mõnes kontrollpunktis pinge väljub lubatud piiridest, siis muudetakse igal iteratsioonil kontrollpunktile lähima reguleeritava trafo väljavõtet, kuni kontrollpunkti pinge saavutab väärtuse piiride sees.

Nagu nägime eespool, arvutatakse generaatorsõlmedes peale igat iteratsiooni **reaktiivvõimsus**. Nendes sõlmedes, kus see ületas lubatud piire, fikseeritakse reaktiivvõimsus ületatud piiril ja vabastatakse pinge moodul – s.t sõlm muutub oma iseloomult koormussõlmeks (kus on antud aktiiv- ja reaktiivvõimsus ning otsitavateks on pinge moodul ja nurk).

Kui **tugisõlmes** ületab lubatud piire **aktiivvõimsus**, siis vastav võimsuse ülejääk või puudujääk jagatakse ülejäänud sõlmede vahel ning jätkatakse iteratsioone, kuni saavutatakse tugisõlme aktiivvõimsus lubatud piires.

Kui **tugisõlmes** ületab lubatud piire **reaktiivvõimsus**, on mitu võimalust:

- asendada tugisõlm mõne teise generaatorsõlmega;
- muuta tugisõlme etteantud pinget lubatavates piirides;
- suurendada reaktiivvõimsuse genereerimist ja/või reaktiivkoormust vastava kondensaatorpatarei või /ja põikreaktori sisselülitamisega.

Kui vaatamata ülaltoodud abinõudele ei õnnestu tagada seisundi lubatavus, püüab programm lihtsa loogika abil ümber lülitada põikkondensaatoreid ja -reaktoreid.

Seega püüab professionaalne programm modelleerida kaasaegsete elektrisüsteemide automatikaseadmeid, et saavutada kõiki kitsendusi rahultav lubatud talitlus. Alati pole see siiski võimalik ning siis on vajalik inseneri vahelesekkumine täiendavaks analüüsiks.

3.10.2. Muutujate ümberklassifitseerimine (baasi muutmise)

Ülalkirjeldatud võtted seisundi lubatavuse tagamiseks lähtuvad püsiseisundi arvutuse baasstruktuurist. Alternatiiviks on kitsenduste ületamisel ümber klassifitseerida otsitavad ja antud muutujad ning arvutust korrata. Nt kui kontrollpunkti pinge väljub lubatud piiridest, siis fikseeritakse ta ületatud piiril ning otsitavaks parameetriks (s.t seisundi põhiparameetriks) võetakse lähima reguleeritava trafo ülekandesuhe. Kui nüüd ka see ületab võimalikke piire, fikseeritakse ta samuti ületatud piiril ning seisundiparameetriks võetakse reaktiivvõimsus jne. Saadav lahend näitab reaktiivvõimsuse suurust, mis oleks vajalik vastuvõetava lahendi saavutamiseks. Muutujate ümberklassifitseerimisel muutub jakobiaan ja tema struktuur. Selle arvestamine nõuab programmeerija kõrget kvalifikatsiooni.

3.10.3. Kõrgendatud lahenduskindlusega arvutus

Kui püsiseisundi arvutamisel pole täidetud seisundi olemasolu (s.t stabiilsuse) tingimused, siis tavalised arvutusmeetodid ei koonu ning mingit lahendit ei saada. Süsteemi dispetšeril puuduvad ka võimalused anlüüsida mittekoonnumise põhjusi. Seetõttu pakuvad huvi algoritmid, mis võimaldaksid viia arvutuse lõpuni mistahes tingimustel – isegi kui antud lähteandmete puhul on seisundi olemasolu tingimused rikutud. Muidugi on sellisel juhul paratamatu kõrvalekaldumine antud suurustest, kuid need peaksid olema minimaalsed.

Üheks võimaluseks on gradientmeetodi arendus, mille puhul püsiseisundi lahendamise tingimus – sõlmevõimsuste ebalansside võrdumine nulliga – asendatakse tingimusega

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_i \alpha_i [b_i - f_i(\boldsymbol{\delta}, \mathbf{U})]^2 = \sum_i \alpha_i W_i^2(\mathbf{x}) \Rightarrow \min \quad (3-75)$$

kus W_i – võimsuste ebalanssid

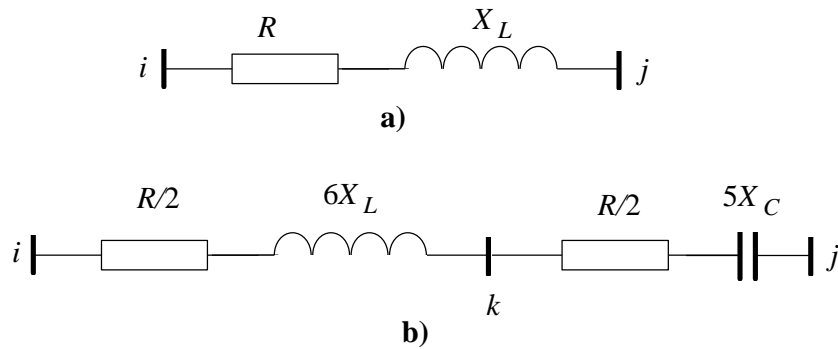
α_i – kaalutegurid

Seisundi olemasolul vastavad funktsiooni $\Psi(\mathbf{x})$ miinimumile nullised ebalanssid, s.t otsitav seisund. Vastasel korral vastab $\Psi(\mathbf{x})$ miinimum lähteandmete vähimatele kõrvalekalletele. Kaalutegurid võimaldavad vähendada ebalansse seal, kus nad on eriti ebasoovitavad. Kui kõik kaalutegurid on ühed, saame tavalise gradientmeetodi (vt p 3.8).

3.10.4. Lõhestatud meetodi koonduvuse parandamine

Lõhestatud meetodi koonduvuskiirus väheneb tunduvalt, kui pole täidetud tema tuletamisel tehtud eeldused. Nurkade väiksuse eeldus võib rikneda väga rasketes koormustingimustes, kuid praktika näitab, et see ei põhjusta olulisi raskusi. Suuremad raskused tekivad, kui võrgu elementide jaoks pole täidetud tingimus $r \ll x$ (ehk $G \ll B$). Märgime, et 330 kV liinidel $r/x \approx 0,08...0,12$; 220 kV liinidel $r/x \approx 0,16$; 110 kV liinidel $r/x \approx 0,16...0,65$, kaabelliinidel $r/x \approx 1$.

Kui võrk sisaldab üksikuid suhteliselt suure suhtega r/x elemente, võib koonduvuse parandamiseks kasutada kunstlikku võtet - suure r/x suhtega element asendatakse kahe fiktiivse elemendiga, lisades fiktiivse sõlme - vt jn 3.6.



Joonis 3.6 Suure r/x suhtega elemendi a) asendamine ekvivalentse kahe fiktiivse elemendiga skeemiga b)

Nagu jooniselt näha, ei muuda asendamine reaalsete sõlmede i ja j talitlust. Kui samas eeldada, et lähteskeemis a) suhe $X_L / R = 1$, siis ekvivalentse skeemi elementidel on X_L / R vastavalt 12 ja 10.

Teiseks võimaluseks on jakobiaani elementide modifitseerimine. Nimelt saab tõestada, et kui võrgu elementide r/x väärtused on suhteliselt suured, siis kiire lõhestatud meetodi koonduvuse kiirus ja ka koonduvuskindlus paranevad tunduvalt, kui modifitseerida jakobiaani elemente järgnevalt (võrdle avaldisega (3-49))

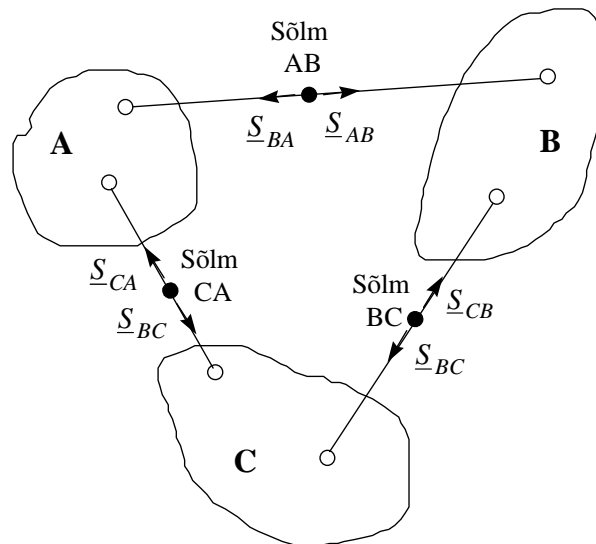
$$B'_{ij} = \begin{cases} -B_{ii} + \sum_j \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}}, & \text{kui } i = j \\ -B_{ij} - \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}}, & \text{kui } i \neq j \end{cases} \quad B''_{ij} = \begin{cases} -B_{ii} + \sum_j \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}}, & \text{kui } i = j \\ -B_{ij} - \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}}, & \text{kui } i \neq j \end{cases} \quad (3-76)$$

Selline modifikatsioon tagab koonduvuse paljudel juhtudel, kui lahendus modifitseerimata meetodil hajub.

Huvitav on kiire lõhestatud meetodi arendus jaotusvõrkude arvutamiseks - nn superlõhestatud meetod. Selles rakendatakse injektsioonide ebalanssidele ja pingete ning nurkade parandustele igal iteratsioonil rotatsiooni, mille tulemusel võrguvõrrandid transformeeruvad nii, et harude takistused osutuvad peaaegu täielikult reaktiivseiks. Seega on teisendatud koordinaatides suhe x/r suur ja lõhestatud meetod töötab hästi tegelikel x/r väärtustel märgatavalt alla ühe.

3.10.5. Vahetusvõimsuste kitsendused

Ühendsüsteemides mõõdab iga üksik süsteem aktiivset vahetusvõimsust kusagil ühendusliini keskpunkti lähedal. Iga süsteem teeb lepingu ülejäänud süsteemidega summaarse aktiivse netovahetusvõimsuse suhtes (vt jn 3.7).



Joonis 3.7 Vahetusvõimsused ühendsüsteemis

Joonisel punktid AB, BC ja CB on vahetusvõimsuste mõõtmiste punktid. Neid punkte võime vaadelda fiktiivsete passiivsõlmedena. Süsteemide kokkulepitud vahetusvõimsused:

$$\begin{aligned}\underline{S}_A &= \underline{S}_{AB} + \underline{S}_{AC} \\ \underline{S}_B &= \underline{S}_{BA} + \underline{S}_{BC} \\ \underline{S}_C &= \underline{S}_{CA} + \underline{S}_{CB}\end{aligned}\quad (3-76)$$

Et arvestada neid täiendavaid kitsendusi, tuleb võrgu võrrandeid modifitseerida järgnevalt:

1. Lisada kolm aktiiv- ja reaktiivvõimsuse injektsioonide võrrandit fiktiivsete passiivsõlmede AB, BC, CA jaoks.
2. Lisada kaks netovahetusvõimsustele \underline{S}_A ja \underline{S}_B (või ükskõik millisele kahele kolmest) vastavat võrrandit (kahest võrrandist piisab, kuna $\underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_C = 0$).
3. Valida kaks täiendavat balansisõlme, vastavalt süsteemides B ja C (eeldusel, et esialgne balansisõlm asub süsteemis A).

Saadud võrrandisüsteem tagab lahendamisel nõutavad vahetusvõimsused.

3.10.6. Mittesümmeetriliste seisundite arvutus

Kuigi reeglina on kõrgepingevõrkudes tegemist sümmeetrilise talitlusega, mille puhul kõik kolm faasi võib lugeda ligikaudselt võrdseis tingimustes olevatena ja seega ühe faasi kohta tehtud arvutused laienevad ka teistele faasidele.

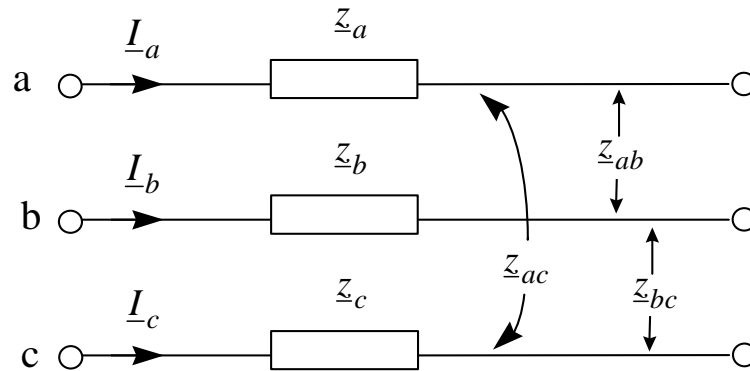
Siiski võib vahel esineda ka mittesümmeetriline talitus ning tekkida vajadus vastavateks arvutusteks. Mittesümmeetria põhjusteks võivad olla mittetäisfaasiline talitus (kõrgepingeliinide rikete või remontide korral), mittesümmeetriline koormus

(võimsad ühefaasilised tarbijad, nagu kaarahjud), võrgu ebasümmeetrilised elemendid (nt transponeerimata või puuduliku transpositsioonitsükliga elektriliinid).

Mittesümmeetrilise seisundi arvutuse võib sooritada

- faasi koordinaatides;
- sümmeetriliste komponentide meetodil.

Vaatleme kõigepealt lühidalt esimest võimalust.



Joonis 3.8 Võrgu element mittesümmeetrilise talitluse puhul

Joonisel 3.8 toodud võrgu elemendi kohta võib sümmeetrilise talitluse puhul kirjutada ühe võrrandi, mis kehtib kõigi kolme faasi kohta

$$\Delta \underline{U} = \underline{z} \underline{I} \quad (3-77)$$

Mittesümmeetrilise talitluse puhul aga saame

$$\begin{aligned} \Delta \underline{U}_a &= \underline{z}_a \underline{I}_a + \underline{z}_{ab} \underline{I}_b + \underline{z}_{ac} \underline{I}_c \\ \Delta \underline{U}_b &= \underline{z}_{ab} \underline{I}_a + \underline{z}_b \underline{I}_b + \underline{z}_{bc} \underline{I}_c \\ \Delta \underline{U}_c &= \underline{z}_{ac} \underline{I}_a + \underline{z}_{bc} \underline{I}_b + \underline{z}_c \underline{I}_c \end{aligned} \quad (3-78)$$

ehk matrikskujul

$$\Delta \underline{U} = \underline{z} \underline{I} \quad (3-79)$$

Taolised seosed saadakse võrgu kõigi elementide ja sõltumatute sõlmede jaoks. Seega võrguvõrrandite arv kolmekordistub. Seetõttu pole arvutus faasisuurustes eriti levinud.

Laiemalt on kasutusel sümmeetriliste komponentide meetod, mille puhul kolme-faasiline mittesümmeetriliste suuruste süsteem esitatakse kolme sümmeetrilise komponendi - päri-, vastu- ja nulljärgnevuskomponendi - summana. Üldjuhul ei ole sümmeetriliste komponentide meetod vähem töömahukas, kui arvutus faasi-koordinaatides. Siiski on meetodil suuri eeliseid praktiliselt olulisel juhtumil, kui elektrivõrk ja tema elemendid on sümmeetrilised, s.t kui mittesümmeetria on tingitud ainult koormustest.

Sel juhul saame ühe võrgu elemendi jaoks

$$\Delta \underline{U} = \begin{bmatrix} \Delta \underline{U}_1 \\ \Delta \underline{U}_2 \\ \Delta \underline{U}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{z}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{z}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{z}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \underline{I}_1 \\ \underline{z}_2 \underline{I}_2 \\ \underline{z}_0 \underline{I}_0 \end{bmatrix} \quad (3-80)$$

Siin indeksid 1, 2 ja 0 tähistavad vastavalt päri-, vastu- ja nulljärgnevuskomponente. Seega lõheneb kolmest võrrandist koosnev süsteem kolmeks sõltumatuks võrrandiks. Järelikult võib keerulise võrgu puhul koostada aseskeemid ja sõlmevõrrandid ning viimased lahendada eraldi päri-, vast- ja nulljärgnevuskomponendi jaoks. Seega arvutuste maht on tunduvalt väiksem võrreldes arvutusega faasi-koordinaatides. Muidugi tulevad lõplikud faasisuurused leida, kui sümmeetriliste komponentide vastavad summad.

3.10.7. Mittesiinuseliste seisundite arvutus

Kui võrku lülitatud tarbijate hulgas on palju türistoralaldeid või/ja mittelineaarse volt-amperkarakteristikuga tarviteid, muutub voolude ja pingete kuju märgatavalt erinevaks siinusest, s.t voolude ja pingete kõverad sisaldavad kõrgemaid harmoonilisi.

Mittesiinuselise talitluse arvutus toimub superpositsiooni printsiibil: seisund saadakse erinevatele harmoonilistele vastavate seisundite summeerimisel, nt:

$$U = \sqrt{\sum_{v=1}^N U_v^2} \quad \text{jne} \quad (3-81)$$

Mingile harmoonilisele vastavad võrguvõrrandid on analoogilised siinusest talitluse võrranditega. Näiteks, sõlme pingete võrrand voolude balansu kujul:

$$\underline{Y}_v \underline{U}_v = \underline{J}_v \quad (3-82)$$

Erinevatele harmoonilistele vastavate aseskeemide koostamisel tuleb elementide parameetrid ümber arvutada järgnevalt, kus indeks "50" tähistab vastavat suurust võrgusagedusel ja v - harmoonilise järjekorra numbrit. :

$$x_v = v x_{50} \quad (3-83)$$

$$b_v = v b_{50} \quad (3-84)$$

$$r_v = k_v x_{50} \quad (3-85)$$

kus k_v - tegur, mis arvestab aktiivtakistuse muutust pinnaefekti tõttu.

3.10.8. Püsiseisundi arvutamine ebakindla info tingimustes

Püsiseisundite deterministlikul arvutusel eeldatakse võimsuste injektsioonide vektor \mathbf{b} täpselt teadaolevaks. Tegelikuses on nad aga teada ainult ligikaudselt. Määramatus tuleneb eelkõige mõõtmisvigadest, prognooside ebatäpsusest ja võrgu elementide ettenägematutest väljalülitumistest.

Deterministliku arvutuse puhul nõuab igasugune lähtesuuruste muutmine uut arvutust. Talitluse juhtimisel ja projekteerimis- ning planeerimisülesannete lahenda-

misel oleks vajalik hinnata sõlmede pingeid ja elementide võimsusvooge või voolu üle kogu koormuste ja genereerivate võimsuste võimaliku varieerumisvahemiku. Vaja oleks teada väljundsuuruste matemaatiliste ootuste kõrval ka nende võimalikke varieerumisvahemikke (dispersioone või standardhälbeid). Samas – korraldada deterministlikku arvutust koormuste ja genereerivate võimsuste kõikvõimalike kombinatsioonide jaoks on ilmselt ebapraktiline.

Väljapääsuks on tõenäosuslike meetodite rakendamine püsiseisundite arvutamisel, kus väljundina saadakse väljundparameetrite tõenäosuslikud karakteristikud.

On välja töötatud kaks põhimõttelist lähenemist – nn stohhastilised meetodid ja tõenäosuslikud meetodid.

Stohhastilised meetodid põhinevad seisundi estimateerimise tüüpi algoritmidel. Eeldatakse, et võimsuse injektsioonide vektor \mathbf{b} varieerub eeldatava käidupunkti ümbruses. Sel juhul võime võrrandi (3-21) asemel kirjutada:

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\eta} \quad (3-86)$$

kus $\boldsymbol{\eta}$ - juhusliku müra vektor, mille kovariatsioonimaatriks määrab võimsusinjektsioonide variatsioonid eeldatud keskväärtuste ümber. Arvutuse eesmärgiks on saada põhiparameetrite ja võimsusvoogude kovariatsioonimaatriks ja “parimad” hinnangud. Arvutusel rakendatakse seisundi estimaatori tüüpi algoritmi.

Tõenäosuslike meetodite puhul võrrand (3-21)

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

lineariseeritakse ning lahendatakse põhiparameetrite vektori \mathbf{x} suhtes otsesel meetodil. Samuti leitakse otseselt vektori \mathbf{x} jaotustihedus (või selle momendid) vektori \mathbf{b} tõenäosuslike karakteristikute alusel. Lähenemine on suhteliselt lihtne, kuid see on saavutatud lihtsustuste, s.t täpsuse hinnaga. Täiendavaks lihtsustuseks on, et injektsioonid sõlmedes loetakse sõltumatuteks.

4. PÜSITALITLUSE HÄIRINGUKINDLUSE ANALÜÜS

4.1. HÄIRINGUKINDLUSE MÕISTE

Elektrisüsteemi häiringukindlus – see on süsteemi võime vastu seista ettenägematutele, kuid tõenäolistele häiringutele vähimate toitekatkestustega ja/või vähima kvaliteedi halvenemisega.

Häiringu all mõistame siin elektrisüsteemi mõne põhielemendi – elektriliini, trafo või generaatori – väljalülitumist.

Püsitalitluse häiringukindlus – see on olukord, kus peale häiringut ja sellele järgnevaid siirdeprotsesse ning automaatikaseadmete tööd kujuneb välja normaalitalitus. Seega võivad normaalitalitluse tingimused (parameetrite lubatud piirid) olla rikutud ainult lühiaegselt - automaatikaseadmete korrigeeriva tegevuse ajaks. Kui korrigeeriv tegevus pole võimeline kujundama normaalitalitlust, oli häiringueelne seisund mittehäiringukindel.

Püsitalitluse (seisundi) häiringukindluse analüüsi põhivahenditeks on püsiseisundi arvutuse kiired meetodid.

Siirdetalitluse häiringukindluseks nimetatakse olukorda, kus siirdeprotsessis säilib talitluse stabiilsus. Siirdetalitluse häiringukindluse analüüsi vahenditeks on stabiilsuse analüüsi meetodid. Käesolevas kursuses siirdetalitluse häiringukindlust ei vaadelda.

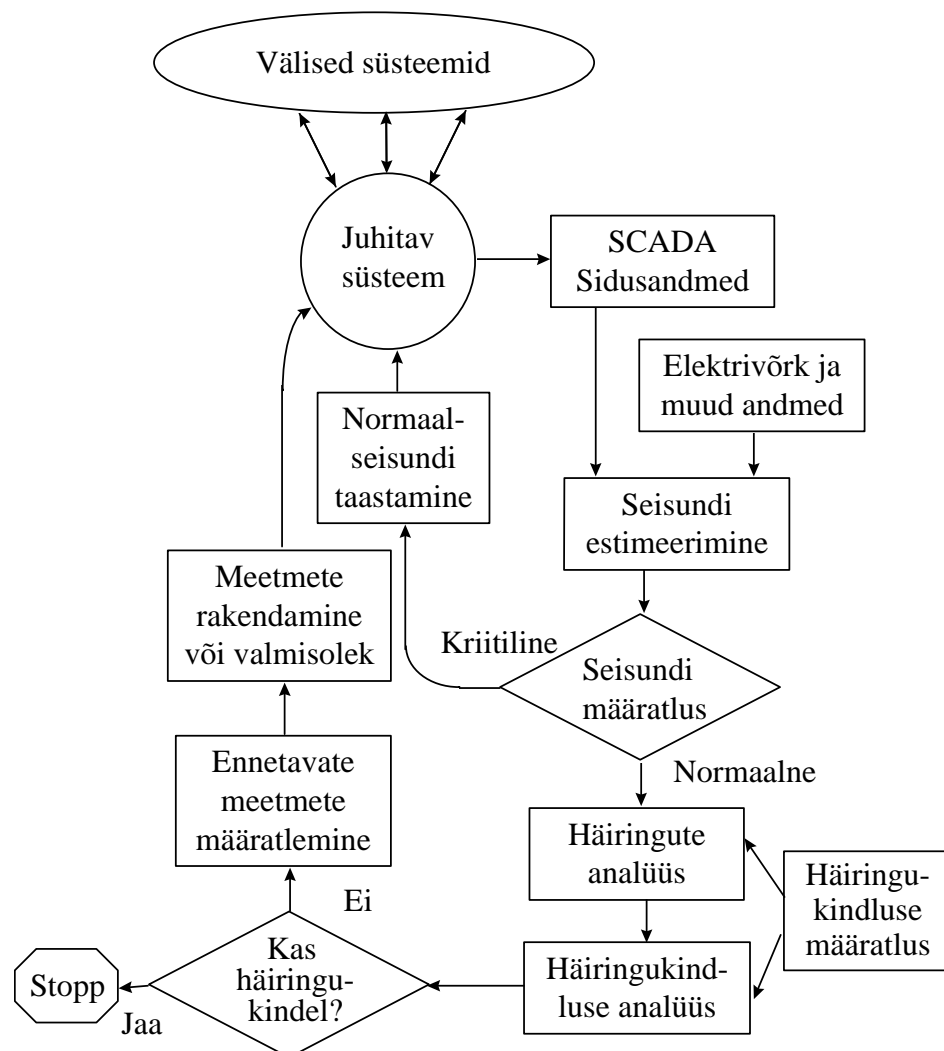
Teatavasti on elektrisüsteemi arengu planeerimisel üheks põhinäitajaks süsteemi töökindlus. Häiringukindlust võib käsitleda, kui töökindluse analoogi jooksva käidu tingimustes.

Töökindluse analüüsil on teada süsteemi konfiguratsioon ja tema elementide avariide jaotusseadused. Arengu planeerimine seisneb elementide (generaatorite, elektriliinide, trafode) lisamises või skeemi muutmises, et tagada töökindlusnormide täitmine. Kuna analüüs toimub planeerimisel, on vajalike meetmete rakendamiseks piisavalt aega. Häiringukindluse analüüs seisneb süsteemi haavatavuse hindamises võimalike häiringute tagajärjel reaajas. Süsteemi käidutingimused erinevad alati varem etteplaneerituist. Remondivajaduste, avariiliste väljalülitumiste ja koormustingimuste muutumise tõttu on süsteemi käidutingimused, seega ka tema häiringukindlus, pidevas muutumises. Häiringukindluse tõstmiseks saab rakendada kiiresti toimivaid meetmeid (võimsuste ümberjaotamine, operatiivreservi kasutuselevõtt, abi naabersüsteemidest jms).

Meenutame esimeses peatükis vaadeldud talitluste klassifikatsiooni.

Normaaltalitluses on tagatud kõigi tarbijate kvaliteetne toide ja kõik kitsendused on rahuldatud. **Kriitilises e raskendatud talitluses** on osa kitsendusi rikutud. Sellisest talitlusest võib toimuda tagasipöördumine normaaltalitusse vastava juhtimistegevuse tulemusel või läbi avariitalitluse (kui õigeaegse korrigeeriva juhtimisega jäädakse hiljaks või kui see pole edukas). Vahel võib tekkida vajadus avarii tekkimise või selle laienemise vältimiseks osa tarbijaid välja lülitada (see võib toimuda automaatselt). **Avariijärgses talitluses** on tavaliselt osa tarbijaid jäänud toideta, töösse jäänud süsteemi osas on talitus normaalne. Avariijärgses talitluses on juhtimise põhieesmärgiks kõigi tarbijate toite taastamine, s.t pöördumine normaaltalitusse.

Oletame, et normaalseisundis toimus mõne elemendi (nt avariiline) väljalülitamine – s.t esines häiring. See põhjustab seisundiparameetrite (võimsusvood, pinged) muutumise. Kui muutumise tulemusel kujuneb normaalseisund, võib öelda, et häiringueelne seisund oli nii normaalne kui häiringukindel. Kui aga muutuste tulemusel kujuneb välja kriitiline seisund, oli häiringueelne seisund küll normaalne, kuid mitte häiringukindel.



Joonis 4.1 Häiringukindluse analüüsi plokkskeem

Joonisel 4.1 toodud plokkskeem illustreerib talitluse häiringukindluse analüüsi ja sellega seotud sidusjuhtimise ja analüüsi funktsioone. Seisundi estimateerimise tule-

musi võib kasutada otseselt seisundi iseloomu määratlemiseks. Kui on tegemist kriitilise seisundiga, tuleb välja töötada vajalikud korrigeerivad toimingud ja need kiiresti rakendada – enne kui kriitiline talitus läheb üle avariitalitlusse. Kui seisund on normaalne, tuleb analüüsida häiringuid, lähtudes järgnevast infost:

- häiringueelne seisund;
- välis(t)e süsteemi(de) mudel(id);
- häiringute etteantud loetelu.

Häiringute analüüsi tulemuste põhjal hinnatakse süsteemi häiringukindlust. Kui seisund osutub häiringukindlaks, on analüüs lõppenud ja järgmine analüüs toimub 0,5...1 tunni pärast. Kui seisund osutus mittehäiringukindlaks, töötatakse välja vajalikud ennetavad meetmed. Meetmete rakendamise üle otsustab dispetšer. Üldjuhul võivad rakendatavad meetmed mõjuda talitluse ökonoomsusele.

4.2. PÜSISEISUNDI HÄIRINGUTE ANALÜÜS

4.2.1. Häiringute liigitus

Püsiseisundi häiringute analüüsi eesmärgiks on ennustada püsiseisund, mis kujuneb välja peale selliseid sündmusi (häiringuid), nagu

- elektriliini väljalülitumine;
- trafo väljalülitumine;
- generaatori väljalülitumine.

Väljalülitumine võib olla:

- kavatsuslik – s.t tahtlik lülitamine (remondi otstarbel, võimsuste jagunemise või pingeolukorra parandamiseks vms);
- sundlülitumine (ülekoormuste korral, et vältida elemendi vigastusi või automaatselt rikete puhul).

Sõltumata väljalülitumise iseloomust ja põhjusest on dispetšeril vaja teada selle mõju talitlusele. Kergem on olukord kavatsuslike väljalülitimiste puhul – siis on väljalülitatav element teada ning piisab ainult selle väljalülitamise mõju analüüsist.

Sundväljalülitumised toimuvad ootamatult ning seetõttu tuleb häiringukindluse analüüsil vaadelda kõikvõimalike tõenäoliste väljalülitumiste tagajärgi. Sundväljalülitumiste tõenäosused on väikesed ja sõltuvad ilmastikust. Kuna suurema tõenäosusega toimuvad ühekordsed väljalülitumised, siis üldjuhul piirduaksegi nende analüüsiga. Siiski on väga rasketes ilmastikuoludes võimalikud ka mitme elemendi üheaegsed väljalülitumised, eriti kaheahelaliste liinide osas. Tavaliselt piirduakse raskete ilmastikutingimuste puhul kahekordsete häiringute analüüsiga.

4.2.2. Mudelid häiringute hindamiseks

Liini või trafo väljalülitumisel eeldatakse, et injektsioonid ja ka genereerivate sõlmede pinged jäävad muutumatuteks. Ilmselt on selline mudel ligikaudne (tähtsa ülekandeliini väljalülitamine muudab võimsuste jagunemist ja pingete olukorda. Seega muutuvad kaod ja järelikult ka tugisõlme võimsus. Pingete muutumine põhjustab koormuste muutumist vastavalt staatilistele karakteristikutele). Siiski on tavaliselt sellest lihtsustusest tingitud vead palju väiksemad lähteandmete vigadest. Tähistades sisendparameetrite (koormuste) vektori, kui \mathbf{b} , võib ülaltoodud eeldustel kirjutada häiringueelse seisundi kohta

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \mathbf{b} \quad (4-1)$$

ja häiringujärgse seisundi kohta

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}', \mathbf{p}') = \mathbf{b} \quad (4-2)$$

kus \mathbf{x} ja \mathbf{p} on vastavalt seisundiparameetrite ja võrgu parameetrite vektorid häiringu eel, \mathbf{x}' ja \mathbf{p}' aga samad vektorid häiringu järel. Võime kirjutada

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p} \quad (4-3)$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \Delta\mathbf{x} \quad (4-4)$$

kus $\Delta\mathbf{x}$ ja $\Delta\mathbf{p}$ - vektorite \mathbf{p} ja \mathbf{x} muutused häiringu tagajärjel. Seega võime (4-2) asemel kirjutada

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) = \mathbf{b} \quad (4-5)$$

Generaatori väljalülitumine on mitmel põhjusel märksa keerulisem. Kohe peale väljalülitumist (mõne sekundi jooksul) ei jõua ülejäänud generaatorid veel reageerida ning ülejäävat koormust enda peale võtta. Tulemuseks on sageduse langus ja selle tagajärjel ka koormuste vähenemine (koormuste sageduskarakteristikute kohaselt). Järgneva mõne minuti jooksul taastab võimsuste automaatjuhtimissüsteem sageduse ja vahetusvõimsused (koormuste ümberjaotamise teel süsteemi ülejäänud generaatorite vahel). Uus võimsuste jagunemine ei pruugi olla optimaalne. Sel juhul järgneb optimaalse talitluse kujunemine. Lõplik püsiseisund kujuneb välja mitu minutit peale häiringut (s.t generaatori väljalülitumist). Igal juhul on nüüd muutunud ka sisendparameetrite vektor

$$\mathbf{b}' = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b}' + \Delta\mathbf{b}'' = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b} \quad (4-6)$$

kus $\Delta\mathbf{b}'$ – generaatori väljalülitumisest tingitud muutus

$\Delta\mathbf{b}''$ – ülejäänud generaatorite ja koormuste muutus

Seega

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}', \mathbf{p}') = \mathbf{b}' \quad (4-7)$$

ehk

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b} \quad (4-8)$$

Tavaliselt $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{0}$. Siiski kaasneb mõnikord generaatori väljalülitamisega ka liini väljalülitumine. Sel juhul $\Delta\mathbf{p} \neq \mathbf{0}$.

Praktiliselt nõuab iga häiringu analüüs püsiseisundi arvutust. Kuna analüüsitava häiringute arv on väga suur, tekib vajadus väga kiire püsiseisundi arvutusprotseduuri järele. Arvutus lähtub häiringueelsest püsiseisundist ning häiringujärgset seisundit käsitatakse, kui seisundi teatud muutust.

4.2.3. Liinide ja trafode väljalülitumiste analüüs

Häiringute analüüs põhineb püsiseisundi alalisvoolu mudelil (p 3.6), mille puhul

$$\delta = \mathbf{B}'^{-1}\mathbf{P} = \mathbf{X}\mathbf{P} \quad (4-9)$$

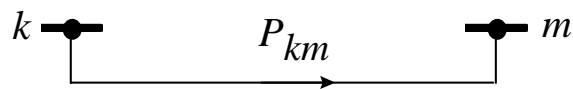
ja võimsusvoog harus km avaldub ligikaudselt sõlme pingete nurkade kaudu, kui (valem (3-60))

$$P_{km} = -b_{km}(\delta_k - \delta_m) = \frac{1}{x_{km}} (\delta_k - \delta_m) \quad (4-10)$$

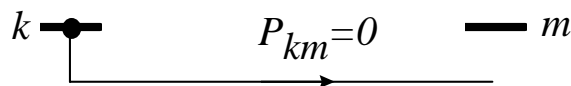
kus \mathbf{X} - reaktiivsete sõlmetakistuste maatriks

b_{km} , x_{km} - vastavalt haru reaktiivjuhtivus ja reaktiivtakistus

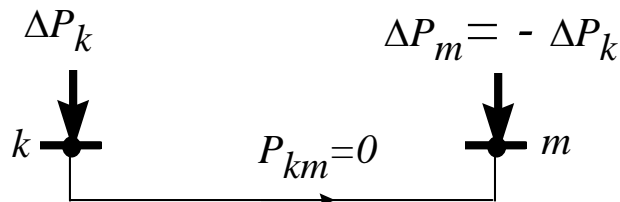
Vaatleme haru (liini või trafo) väljalülitamist (jn 4.2).



a) Enne haru km väljalülitamist



b) Peale haru km väljalülitamist



b) Fiktiivsete injeksioonide lisamine

Joonis 4.2 Haru väljalülitamine

Haru väljalülitamise mõju võib analüüsida uue maatriksi $\mathbf{X} = \mathbf{Y}^{-1}$ arvutamise-ga. Lihtsam on seda aga teha fiktiivsete injeksioonide lisamisega sõlmedesse k ja m , nii, et võimsusvoog P_{km} muutub nulliks. Sel juhul on injeksioonide lisamine samaväärne haru km väljalülitamisega.

Võimsusvoog harus km vastavalt seostele (4-9) ja (4-10)

$$P_{km} = (\delta_k - \delta_m) \frac{1}{x_{km}} = \frac{1}{x_{km}} \sum_i (X_{ki} - X_{mi}) P_i \quad (4-11)$$

Lisame nüüd sõlmedesse k ja m fiktiivsed injeksioonid $\Delta P_k = -\Delta P_m$ (jn 4.1, c). Injektsioonidest põhjustatud täiendav võimsusvoog harus km (seose (4-11) põhjal):

$$\Delta P_{km} = \frac{1}{x_{km}} \sum_{i=k,m} (X_{ki} - X_{mi}) \Delta P_i = \frac{1}{x_{km}} [(X_{kk} - X_{mk}) \Delta P_k + (X_{km} - X_{mm}) (-\Delta P_k)]$$

ehk

$$\Delta P_{km} = (X_{kk} - 2X_{km} + X_{mm}) \frac{1}{x_{km}} \Delta P_k \quad (4-12)$$

Et tagada võimsusvoo puudumine harus km (ja ühtlasi võimsuste balanss sõlmes k), peab

$$DP_k - P_{km} - DP_{km} = 0 \quad (4-13)$$

ehk

$$\Delta P_k = P_{km} + (X_{kk} - 2X_{km} + X_{mm}) \frac{1}{x_{km}} \Delta P_k \quad (4-14)$$

Seega fiktiivsed injektsioonid:

$$\Delta P_k = -\frac{P_{km}}{1 - \frac{1}{x_{km}} (X_{kk} - 2X_{km} + X_{mm})}, \quad \Delta P_m = -\Delta P_k \quad (4-15)$$

Vaatleme nüüd, kuidas haru km väljalülitamine (ehk fiktiivsed injektsioonid sõlmedes k ja m) mõjutavad võimsusvooge teistes harudes. Võimsusvoo muutus harus ij tänu injektsioonidele DP_k ja DP_m (s.t tänu haru km väljalülitumisele) vastavalt seosele (4-11)

$$\Delta P_{ij} = \frac{1}{x_{ij}} (X_{ik} - X_{im} - X_{jk} + X_{jm}) \Delta P_k \quad (4-16)$$

Paigutades avaldise (4-15) võrrandisse (4-16), võime kirjutada:

$$\Delta P_{ij} = d_{ij,km} P_{km}, \quad (4-17)$$

kus $d_{ij,km}$ - võimsusjaotustegur harule ji haru km väljalülitumisel

$$d_{ij,km} = -\frac{\frac{1}{x_{ij}} (X_{ik} - X_{im} - X_{jk} + X_{jm})}{1 - \frac{1}{x_{km}} (X_{kk} - 2X_{km} + X_{mm})} \quad (4-18)$$

Et laiendada viimast valemit juhtumitele, kus üks sõlmedest k , m , i või j on tugisõlm, laiendame sõlmetakistuste maatriksit \mathbf{X} tugisõlmele vastava rea ja veeruga, millede elemendid võtame võrdseks nullidega. Seega, teades maatriksit $\mathbf{X} = \mathbf{B}'^{-1}$ ja võimsusvooge lähteseisundis, võib arvutada võimsusvoogude muutused ja seega ka uued võimsusvood mistahes harus ij peale mistahes haru km väljalülitumist ilma sõlmepeingektorite nurki \mathbf{d} otseselt arvutamata. Võimsuste jagunemine lähteseisundis saadakse kas mõõtmiste teel või seisundi estimateerimise abil. Teada peavad olema ka maatriksi \mathbf{B}' faktorid - nende järgi arvutatakse maatriksi \mathbf{X} elemendid.

Seega niikaua, kuni pole muutunud skeem ja seega ka maatriks \mathbf{B}' ning tema faktorid, on ühekordsete häiringute analüüs väga lihtne ja äärmiselt kiire.

4.2.4. Maatriksi inversiooni lemma

Täpselt samale tulemusele võib jõuda ka nn maatriksi inversiooni lemma kaudu.

Maatriksi inversiooni lemma on järgmine:

Kui \mathbf{B} on $n \times n$ järku mittekõdunud maatriks ja \mathbf{C} ning \mathbf{D} on $n \times m$ järku maatriksid, kus $m < n$, siis kehtib järgmine samasus

$$(\mathbf{B} + \mathbf{C}\mathbf{D}^T)^{-1} \equiv \mathbf{B}^{-1} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{C}[\mathbf{I}_m + \mathbf{D}^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C}]^{-1}\mathbf{D}^T\mathbf{B}^{-1} \quad (4-19)$$

kus \mathbf{I}_m - $m \times m$ ühikmaatriks

Lemma tõestamiseks korrutatakse toodud võrduse paremat poolt maatriksiga $(\mathbf{B} + \mathbf{C}\mathbf{D}^T)$ ja näidatakse, et tulemuseks on \mathbf{I}_m .

On näha, et maatriks $(\mathbf{I}_m + \mathbf{D}^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C})$ on $m \times m$ järku maatriks. Kui \mathbf{C} ja \mathbf{D} on $n \times 1$ järku maatriksid, s.t vektorid, siis $(\mathbf{I}_m + \mathbf{D}^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C})$ on lihtsalt skaalar.

Mingi haru km väljalülitumisel muutub maatriks \mathbf{B}'

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}' + \Delta\mathbf{B}' \quad (4-20)$$

kus muudatus $\Delta\mathbf{B}'$ avaldub, kui

$$\Delta\mathbf{B}' = b_{km}\mathbf{e}_{km}\mathbf{e}_{km}^T \quad (4-21)$$

kusjuures:

$$\mathbf{e}_{km} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} k \\ \\ m \\ \\ m \end{matrix}, \text{ kui } k, m \neq 1 \text{ (s.t ei } k \text{ ega } m \text{ pole tugisõlm)} \quad (4-22)$$

Kui $k = 1$ või $m = 1$, siis vastavalt

$$\mathbf{e}_{1k} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} m; \quad \mathbf{e}_{1m} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} k \quad (4-23)$$

Seega peale väljalülitumist teisendub maatriks \mathbf{B}'

$$\mathbf{B}' + \Delta\mathbf{B}' = \mathbf{B}' + b_{km}\mathbf{e}_{km}\mathbf{e}_{km}^T \quad (4-24)$$

Järelikult avaldub alalisvoolu püsiseisund peale haru km väljalülitumist, kui

$$(\mathbf{B}' + b_{km} \mathbf{e}_{km} \mathbf{e}_{km}^T)(\boldsymbol{\delta} + \Delta\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{P} \quad (4-25)$$

millest lahendus

$$\boldsymbol{\delta} + \Delta\boldsymbol{\delta} = (\mathbf{B}' + b_{km} \mathbf{e}_{km} \mathbf{e}_{km}^T)^{-1} \mathbf{P} \quad (4-26)$$

Tähistades

$$\mathbf{C} = b_{km} \mathbf{e}_{km} \quad \text{ja} \quad \mathbf{D} = \mathbf{e}_{km} \quad (4-27)$$

ning rakendades maatriksi inversiooni lemmat, saame harude võimsusvoogude muutuste jaoks valemid (4-17) ja (4-18).

Maatriksi inversiooni lemma abil on mugav tuletada seosed võimsusvoogude muudatuste jaoks mitme üheaegse häiringu puhuks. Sel juhul tekib vajadus pöörata r -järku maatriks $(\mathbf{I}_m + \mathbf{D}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{C})$, kus r on üheaegsete häiringute arv. Reeglina r ei ületa kahte.

Maatriksi inversiooni lemmat võib rakendada ka püsiseisundi arvutuse kiirele lõhestatud meetodile – saame häiringute anaüüsi vahelduvvoolu mudeli. See on muidugi märgatavalt täpsem ja annab rohkem infot, kuid on ka märksa aeganõudvam, kuna häiringujärgsed muudatused on arvutatavad ainult iteratiivsel teel.

4.2.5. Generaatorite väljalülitumine

Alalisvoolu mudeli põhjal avaldub võimsusvoog harus km seosega (4-11) ehk

$$P_{km} = (\delta_k - \delta_m) \frac{I}{x_{km}} = \sum_i \frac{X_{ki} - X_{mi}}{x_{km}} P_i \quad (4-28)$$

Kui mingis sõlmes lülitub välja generaator (või väheneb tema võimsus), jaguneb tema koormus reeglina ülejäänud genereerivate sõlmede vahel ning seega harude võimsusvoogude muutused avalduvad, kui

$$\Delta P_{km} = \sum_i \frac{X_{ki} - X_{mi}}{x_{km}} \Delta P_i = \sum_i d_{km,i} \Delta P_i \quad (4-29)$$

kus ΔP_i – genereerivate võimsuste muutused (koormuste staatiliste karakteristikute arvestamisel ka koormuste muutused)

$d_{km,i}$ – võimsusjaotustegur harule km injektsiooni muutumisel sõlmes i

$$d_{km,i} = \frac{X_{ki} - X_{mi}}{x_{km}} \quad (4-30)$$

Juhul, kui sõlm k või m on tugisõlm, siis vastavalt $X_{ki} = 0$ või $X_{mi} = 0$.

Seega nõuab häiringujärgse seisundi hindamine lähteseisundit ja ka uut koormuste jagunemist generaatorsõlmede vahel ning on seega seotud küllalt mahukate arvutustega.

Lihtne on olukord juhul, kui kogu sõlmes l väljalülitunud võimsus ΔP_l kaetakse tugisõlme poolt. Sel juhul haru km võimsusvoo muutus avaldub lihtsalt, kui

$$\Delta P_{km} = d_{km,l} \Delta P_l = \frac{X_{kl} - X_{ml}}{x_{km}} \Delta P_l \quad (4-31)$$

Ülaltoodu põhjal saame kirjutada ka tingimuse, mis koormuste ümberjaotamisel generaatorsõlmede vahel peab olema täidetud iga haru jaoks, et vältida nende ülekoormust:

$$P_{km}^- \leq P_{km} + \sum_i d_{km,i} \Delta P_i \leq P_{km}^+ \quad (4-32)$$

kus P_{km}^- , P_{km}^+ - haru km võimsusvoo lubatavad piirid;

P_{km} - haru km võimsusvoog häiringueelses seisundis.

Välja on töötatud ka täpsemaid, kuid keerukamaid vahelduvvoolu mudelitel põhinevaid analüüsi protseduure, mis võimaldavad aktiivvõimsusvoogude muutuste kõrvale hinnata ka pingete muutusi. Need on aga keerukamad ja suhteliselt rohkem aega nõudvad.

4.3. HÄIRINGUKINDLUSE ANALÜÜS

Vaatlesime meetodeid käiringute kiireks analüüsiks, mis põhinesid lähte- (s.t häiringueelse) seisundi arvutamisel, püsiseisundi alalisvoolu mudelil ja maatriksi inversiooni lemmal. Kui on vastuvõetav alalisvoolu mudel, pole vaja arvutada lähteseisundit - piisab võimsusvoogude mõõtmisest harudes, millede väljalülitumine võib põhjustada ülekoormusi, ja liinides, mis võivad üle koormuda.

Nagu nägime, on ühe häiringu analüüs väga kiire. Seega häiringukindluse analüüs kavatsusliku häiringu puhul ei põhjusta olulisi probleeme - see taandub vaadeldava häiringu analüüsile mõnel ülalvaadeldud viisil. Edukalt on siin rakendatav ka lõhestatud vahelduvvoolu mudel.

Üldiselt seisneb aga häiringukindluse analüüs regulaarses kõikvõimalike häiringute analüüsis. Vaatamata vaadeldud meetodite efektiivsusele on kõikvõimalike häiringute analüüs siiski seotud mahukate arvutustega. Näiteks tuleb umbes 300 sõlme ja 500 haruga võrgu häiringukindluse analüüsil töödelda umbes 500 väljalülitumise (häiringu) juhtumit. Isegi, kui ühe juhuse töötlemine nõuab kokku aega 0,5 sekundit, on ühe häiringute seeria töötlemise koguaeg 250 sekundit ehk umbes 4 minutit. Selle aja vähendamiseks tuleb piirata analüüsitava häiringute hulka ja ka häiringukindluse analüüsi sagedust. Häiringute hulka võib piirata käsitsi või automaatse protseduuri abil.

Käsitsi piiramine toimub dispetšeri poolt. Nimelt enamasti pole kõik häiringud kriitilised. Tavaliselt teab süsteemi dispetšer kogemuste põhjal küllalt hästi, millised potentsiaalsed häiringud võivad põhjustada raskusi. Seega võib ta käsitsi piirata analüüsitava häiringute hulka mõistliku väärtuseni. Siiski säilib oht, et kogemused pole piisavad – eriti võrgu konfiguratsiooni või koormuste struktuuri hiljutiste muutuste puhul. Seega kindlam ja objektiivsem oleks automaatne häiringute valiku protseduur.

Üheks automaatse valiku võimaluseks on tunduvalt kiirema alalisvoolu mudeli kasutamine, et välja sõeluda häiringud, mille puhul võimsusvood ei ületa teatud kriitilisi piire. Ülejäänud kriitilistele juhtumitele rakendatakse täpsemat vahelduvvoolu analüüsi.

Teiseks laialt levinud mooduseks on häiringute reastamine nn toimeindeksite (*performance index*) suuruse järgi. Toimeindeksid hindavad erinevate häiringute tõsidust. Toimeindeksitena kasutatakse kõige enam järgmisi:

$$J = \sum_i (U_i - U_{iN})^2 w_k \quad (4-33)$$

$$J' = \sum_k \left(\frac{P_k}{P_k^+} \right)^2 w_k \quad (4-34)$$

kus U_i – i -da sõlme pinge

U_{iN} – i -da sõlme nimipinge

P_k – k -da haru aktiivvõimsusvoog

P_k^+ – suurim lubatud aktiivvõimsusvoog harus k

w_i, w_k – kaalutegurid, mis on seotud pinge või võimsusvoo kõrvalekalde või suhtelise tähtsusega sõlmes i või harus k .

On välja töötatud efektiivsed meetodid toimeindeksite muutuste hindamiseks erinevate häiringute puhul. Täpsemalt analüüsitakse ainult neid häiringuid, millede toimeindeks ületab teatud kriitilise piiri.

Häiringukindluse analüüsi sagedus tuleb siduda koormuste prognoosi programmi-ga. Peale koormuste prognoosi eelolevaks tunniks tehakse ka häiringukindluse analüüs selleks tunniks. Kui aga talitluse seire näitab koormuste olulist kõrvalekallet prognoositust, tuleb sooritada ka jooksev (s.t reaalajas) häiringukindluse analüüs.

Tavaliselt on elektrisüsteem ühendatud teiste süsteemidega. Normaalselt avaldab häiring süsteemis tugevat mõju süsteemile endale. Siiski on alati juhtumeid, kus häiring mõnes naabersüsteemis on samuti tuntav antud süsteemis.

Välissüsteemi häiringute mõju on raske ette ennustada, kuna välissüsteemi seire on reeglina üsna puudulik. Tänu seisundi estimateerimisele on antud süsteemi võrgu topoloogia, sõlmede pinged, koormused ja genereerivad võimsused reaalajas teada. Väliste süsteemide kohta on sisustalitluses teada vaid vahetusvõimsused, peamiste liinide ja generaatorite staatus ja võib olla ka üksikute elektrijaamade toodang.

Kogu ühendsüsteemi häiringueelse seisundi määramiseks oleks vaja teada kogu ühendsüsteemi püsiseisundit. Kuna aga väliste süsteemide seisund pole täies ulatuses teada, tuleb teha teatud lähendusi. Need lähendused on põhiliselt kahte tüüpi – ühed põhinevad tundlikkuse analüüsil, teised välise süsteemi ekvivalenteerimises.

Lähemalt neid aspekte käesolevas kursuses ei käsitle.

5. ELEKTRIVÕRGU PÜSITALITLUSE OPTIMEERIMINE

5.1. SISSEJUHATUS

Püsiseisundite arvutusel on peale võrgu parameetrite ja sõlmede aktiiv- ja reaktiivkoormuste etteantud ka juhitud parameetrid (elektrijaamade aktiivvõimsused ning pinged generaatorsõlmedes ja tugisõlmes, samuti trafode ülekandesuhted). Ette ei anta neid aga mitte meelevaldselt. Esmaseks tingimuseks on seisundi lubatavuse (s.t kõigi kitsenduste täitmise) kindlustamine. Kuid parameetrite lubatud piirkonnas jääb nende väärtuste valikuks küllalt lai diapason. Seetõttu tuleks valik teha teatud kriteeriumi järgi – nt võrgukadude miinimumi või summaarsete tootmiskulude miinimumi või mõne kombineeritud kriteeriumi järgi, mis kajastab tootmiskulusid, töökindlust ja saastamise määra vms.

Traditsiooniliselt lähtutakse ainult majanduslikust, võimsuste ökonoomse jagunemise kriteeriumist. Sellisel lähenemisel arvestatakse ainult genereerivate võimsuste kitsendusi ja aktiivvõimsuskadusid, ignoreeritakse aga kitsendusi pingete ja võimsusvoogude osas. See tähendab, et tegemist on optimeerimise ühe lihtsa erijuhuga - aktiivvõimsuste staatilise (s.t antud seisundi) optimeerimisega.

Staatilise optimeerimise üldjuhtumiks oleks seisundi kompleksne optimeerimine kõigi juhitud parameetrite (genereeritavad aktiiv- ja reaktiivvõimsused, pinged, trafode ülekandesuhted) järgi. Selline ülesanne on aga väga keerukas ja suuremahuline, mistõttu reeglina lahendatakse ta kahes etapis - esimesel etapil toimub aktiivvõimsuste optimeerimine, teisel etapil aga reaktiivvõimsuste, pingete ja trafode ülekandesuhete optimeerimine. Seda allülesannet nimetataksegi **elektrivõrgu püsiseisundi optimeerimiseks**.

Tunduvalt keerulisem on dünaamiline ülesanne, s.t optimeerimine üle teatud perioodi. Sel juhul tuleb arvestada selliseid aspekte, nagu:

- agregaatide optimaalne koosseis;
- hüdroagregaatide töö koordineerimine;
- elektri- ja soojuse koostootmine;
- remontide optimaalne planeerimine.

Iga toodud probleemi lahendamiseks on sobivad teatud praktilised ajaintervallid:

- agregaatide koosseisu optimeerimisel - 48...72 tundi;
- hüdro- ja koostootmisjaamade töö optimeerimisel - päev, nädal, kuu, aasta;
- remontide optimeerimisel - 1...3 aastat.

Optimeerimisülesannete ajaline hierarhia on esitatud tabelis 5.1.

Tabel 5.3

Optimeerimisülesannete ajaline hierarhia

Ajanivoo	Juhtimisülesanne	Eesmärk
Sekundid	Võimsuste automaatreguleerimine	Tagada õige sagedus ja vahetusvõimsused
Minutid	Võimsuste jagunemise ja pingete ning trafode ülekandesuhete optimeerimine	Minimeerida tootmiskulud või muud näitajad (nt saastemäär)
Tunnid	Agregaatide koosseisu optimeerimine, hüdro- ja soojusjaamade koordineerimine	Minimeerida tootmiskulud või muud näitajad
Päevad, nädalad	Hüdro- ja soojusjaamade koordineerimine	Minimeerida tootmiskulud või muud näitajad
Kuud	Remontide optimeerimine, vahetusvõimsuste planeerimine	Minimeerida tootmiskulud, arvestades töökindlust
Aastad	Remontide optimeerimine, tootmise ja vahetusvõimsuste planeerimine	Minimeerida tootmiskulud ja investeeringud, arvestades töökindlust

Käesolevas vaatleme eelkõige elektrivõrgu püsiseisundi, s.t reaktiivvõimsuste, pingete ja trafode ülekandesuhete, aga ka võrgu skeemi optimeerimist. Võrreldes püsiseisundi arvutusega on püsiseisundi optimeerimisel kaks põhierinevust,: 1) juhitavate parameetrite valik mingi kriteeriumi järgi (püsiseisundi arvutusel eeldati nad etteantuteks); 2) suure hulga võrratusekujuliste kitsenduste (genereeritavatele aktiiv- ja reaktiivvõimsustele, liinide ja trafode aktiiv- ja reaktiivvõimsusvoogudele, kontrollsõlmede pingetele, trafode ülekandesuhetele) olemasolu.

5.2. OPTIMEERIMISE MATEMAATILISED PÕHIMÕTTED

5.2.1. Talitluse optimeerimisülesande üldine püstitus

Määratleme muutujate erinevad liigid vastavalt eespool vaadeldule. Tähistame

\mathbf{x} – seisundiparameetrite vektor

\mathbf{u} – juhitavate parameetrite vektor

\mathbf{p} – sõlmekoormuste vektor

\mathbf{f} – sõlmevõimsuste vektorfunktsioon

Sel juhul võime püsiseisundi võrrandeid

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \quad (5-1)$$

vaadelda, kui **võrrandikujulisi kitsendusi**.

Muutujatele rakendatud **võrratustekujulised kitsendused** võib esitada, kui:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq \mathbf{0} \quad (5-2)$$

Lõpuks, **sihifunktsioon** e **kulufunktsioon** (*cost function*):

$$C = C(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (5-3)$$

Optimeerimisülesande võime formuleerida järgnevalt

Leida selline vektor \mathbf{u} , mis minimeerib (maksimeerib) sihifunktsiooni C , kindlustades samaaegselt võrrandikujuliste kitsenduste (5-1) ja võrratustekujuliste kitsenduste (5-2) täidetuse.

5.2.2. Funktsiooni minimeerimine kitsenduste puudumisel

Ülal püstitatud ülesanne on mittelineaarne optimeerimisülesanne. Tähistades vektori \mathbf{x} optimaalse väärtuse \mathbf{x}^* -ga, on funktsiooni $f(\mathbf{x})$ miinimum leitav tingimusest

$$\left. \frac{df}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^*} = \mathbf{0} \quad (5-4)$$

ehk

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\mathbf{x}^*} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (5-5)$$

See tingimus pole aga piisav – ta on ühtlasi ka maksimumi tingimuseks. Kui lisaks on täidetud ka tingimus

$$\left. \frac{d^2 f}{d\mathbf{x}^2} \right|_{\mathbf{x}^*} > \mathbf{0} \quad (5-6)$$

on tegemist lokaalse miinimumiga. Miinimum on globaalne, kui võrrandi (5-4) lahend on ühene.

Maatriksit $\frac{d^2 f}{d\mathbf{x}^2} = \mathbf{A}$ nimetatakse funktsiooni f jakobiaaniks. Jakobiaani element:

$$a_{ij} = \frac{\partial^2 f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (5-7)$$

Funktsiooni $f(x_1, \dots, x_n)$ miinimumiks on vajalik, et jakobiaan \mathbf{A} oleks positiivselt määratud. See tähendab, et mistahes mittenuullvektori \mathbf{z} puhul on skalaarfunktsioon

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_i z_j a_{ij} = \mathbf{z}^T \mathbf{A} \mathbf{z} \quad (5-8)$$

positiivne.

Seega, kui funktsiooni f gradientvõrrandi

$$\mathbf{grad} f = \frac{df}{d\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (5-9)$$

lahend on ühene ja maatriks \mathbf{A} on positiivselt määratud, siis on see lahend **globaalne miinimum**.

5.2.3. Minimeerimine võrrandikujuliste kitsenduste puhul

Olgu ülesandeks minimeerida funktsioon

$$f = f(x_1, \dots, x_n) \quad (5-10)$$

võrrandikujuliste kitsenduste

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

ehk

$$h_1(x_1, \dots, x_n) = 0$$

.....

$$h_m(x_1, \dots, x_n) = 0$$

(5-11)

olemasolul, kusjuures $m < n$.

Ülesande lahendamiseks moodustatakse nn Lagrange'i funktsioon (e lagran?iaan):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) &= \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = \\ &= f(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x_1, \dots, x_n) = \\ &= f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5-12)$$

kus $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ – nn Lagrange'i kordajad

Optimumi vajalikeks tingimusteks on

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (5-13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{0} \quad (5-14)$$

ehk vastavalt

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (5-15)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (5-16)$$

Interpreteerides neid tulemusi, näeme, et viimane tingimus (5-16) pole midagi muud, kui kehtiv võrrandikujuliste kitsenduste süsteem (5-11); tingimusest (5-15)

näeme aga, et vektor $\left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\lambda}$ on normaaliks pinnale $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ (sest

$$\left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}}\right)^T \boldsymbol{\lambda} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{grad} f).$$

Seega on optimumi tingimusteks, et $\mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ ja et sihifunktsiooni gradient on normaaliks võrrandikujuliste kitsendustega (5-11) kirjeldatud pinnale.

5.2.4. Minimeerimine võrratusekujuliste kitsenduste olemasolul

Vaatleme siin funktsiooni $f(\mathbf{x})$ minimeerimist võrratusekujuliste kitsenduste

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{x}) &\leq 0 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (5-17)$$

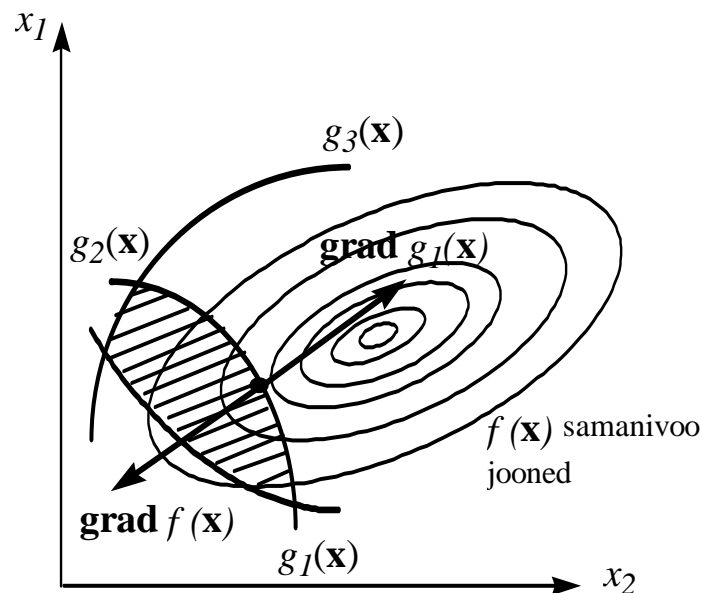
$$g_m(\mathbf{x}) \leq 0$$

ehk

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \quad (5-18)$$

olemsaolul.

Ülesande lahendamiseks peab $f(\mathbf{x})$ olema kumer ja $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ kujundama kumera piirkonna n -mõõtmelises ruumis – vt jn 5.1. Üldiselt asub kitsendusteta ülesande lahend kas lubatud piirkonna (joonisel viirutatud) sees või väljas. Esimesel juhul on nimetatud lahend ühtlasi ka kitsendustega ülesande lahendiks. Teisel juhul paikneb miinimum lubatud piirkonna piiril, kusjuures $f(\mathbf{x})$ ja piiri $g_i(\mathbf{x})$ gradiendid on vastassuunalised. See asjaolu annab tähtsa vajaliku tingimuse.



Joonis 5.1 Kumer optimeerimisülesanne

Defineerime Lagrange'i funktsiooni

$$\mathcal{L} = f(\mathbf{x}) + \beta_1 g_1 + \dots + \beta_m g_m = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (5-19)$$

Sel juhul on funktsiooni $f(\mathbf{x})$ miinimum leitav võrrandist

$$Q_i \quad (5-20)$$

$$\text{kusjuures kui } g_i(\mathbf{x}^*) < 0, \text{ siis } \beta_i = 0 \quad (5-21)$$

$$\text{kui } g_i(\mathbf{x}^*) = 0, \text{ siis } \beta_i > 0. \quad (5-22)$$

5.2.5. Minimeerimine võrrandi- ja võrratusekujuliste kitsenduste puhul

Olgu ülesandeks minimeerida kumer funktsioon $f(\mathbf{x})$ kitsenduste

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5-23)$$

olemasolul, kusjuures vektorid \mathbf{h} ja \mathbf{g} on vastavalt m ja k -mõõtmelised, kusjuures $m < n$ ja k väärtus on meelevaldne.

Ülesande lahendamiseks moodustame Lagrange'i funktsiooni:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (5-24)$$

Siit saame optimumi tingimused (nn Kuhn-Tacker'i tingimused)

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^*} = \mathbf{0} \quad (5-25)$$

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \right|_{\mathbf{x}^*} = \mathbf{0} \quad (5-26)$$

ja β_i ($i = 1, \dots, k$) on sellised, et kui $g_i(\mathbf{x}^*) < 0$, siis $\beta_i = 0$ ja kui $g_i(\mathbf{x}^*) = 0$, siis $\beta_i > 0$.

5.3. ELEKTRIVÕRGU OPTIMAALNE PÜSISEISUND

5.3.1. Ülesande püstitus

Elektrivõrgu püsiseisundi optimeerimise eesmärgiks on kõigi lubatud seisundite hulgast optimaalse leidmine, s.t kõigi seisundiparameetrite optimaalsete väärtuste määramine, arvestades tehnilisi kitsendusi.

Tähistagu \mathbf{x} seisundi põhiparameetrite (sõlmepingete moodulid ja nurgad) vektorit, \mathbf{u} aga juhitavate (reguleeritavate) parameetrite (üldjuhul elektriyaamade aktiivvõimsused¹, generaatorsõlmede pinged ja/või reaktiivvõimsused ning koormatult reguleeritavate trafode väljavõtted e ülekandesuhted) vektorit. Püsiseisundi optimeerimisülesande formuleerimine koosneb kolmest osast - võrrandikujuliste kitsenduste süsteemi koostamine, võrratusekujuliste kitsenduste koostamine ja optimeerimiskriteeriumi püstitamine koos vastava sihifunktsiooni koostamisega.

Võrrandikujulised kitsendused. Võrrandikujulisteks kitsendusteks on püsiseisundi (s.t võrgu-)võrrandid (need arvestavad ka vahetusvõimsuste kitsendusi – vt p 3.5.10)

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (5-27)$$

Iga antud \mathbf{u} puhul on vektor \mathbf{x} leitav sellest võrrandist püsiseisundi lahendamise teel. Vektori \mathbf{x} alusel leitakse tugisõlme aktiivvõimsus

$$P_{G1} = P_{G1}(\mathbf{x}) \quad (5-28)$$

¹ Kui elektriyaamade võimsused optimeeritakse eelneva etapina, siis püsiseisundi optimeerimisel ei kuulu nad juhitavate parameetrite hulka, vaid on etteantud (v.a tugisõlme aktiivvõimsus).

Võrratusekujulised kitsendused. Võrratusekujulised kitsendused käivad seisundi põhi-, juhitavate ja väljundparameetrite kohta ning nende ületamine pole lubatud või on lubatud ainult lühiajaliselt, tulenevalt tehnilistest tingimustest. Üldiselt on võrratusekujulisteks kitsendusteks (ülaindeksid – ja + tähistavad vastavate suuruste vähimaid ja suurimaid lubatud väärtusi):

- kitsendused genereerivatele aktiivvõimsustele²

$$P_{Gi}^- \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^+, \quad i \in \mathfrak{S}_G \quad (5-29)$$

kus \mathfrak{S}_G - genereerivate sõlmede indeksite hulk

- kitsendused genereerivatele reaktiivvõimsustele

$$Q_{Gi}^- \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^+, \quad i \in \mathfrak{S}_G \quad (5-30)$$

- kitsendused generaatorsõlmede ja kontrollisõlmede (sõlmede, mille pinget reguleeritakse koormatult reguleeritavate trafode abil) pingetele:

$$U_i^- \leq U_i \leq U_i^+, \quad i \in \mathfrak{S}_U \quad (5-31)$$

kus \mathfrak{S}_U - generaator- ja kontrollisõlmede indeksite hulk

- kitsendused võimsusvoogudele elektrivõrgu elementides – elektriliinides ja trafodes (tavaliselt $P_k^- = -P_k^+$)

$$P_k^- \leq P_k \leq P_k^+, \quad i \in \mathfrak{S}_E \quad (5-32)$$

kus \mathfrak{S}_E - elektrivõrgu harude (elektriliinide ja trafode) indeksite hulk

- kitsendused koormatult reguleeritavate trafode ülekandesuhetele

$$K_l^- \leq K_l \leq K_l^+, \quad i \in \mathfrak{S}_T \quad (5-33)$$

kus - koormatult reguleeritavate trafode indeksite hulk

Sihifunktsioon. Sihifunktsiooni avaldised võivad erineda, sõltuvalt optimeerimiskriteeriumist. Levinuimaks on majanduslik kriteerium, mille puhul on eesmärgiks minimeerida elektrienergia tootmiskulud:

$$(5-34)$$

kus - elektriijaamade kulufunktsioonid (arvestavad ka võrgukadusid). Siin on rõhutatud, et tugisõlme aktiivvõimsus on väljundparameeter.

Üldisemaks on **kombineeritud majanduslik ja töökindluse kriteerium**

$$C = C_1(P_{G1}(\mathbf{x})) + w \sum_{i \in \mathfrak{S}_G} c_i(P_{Gi}) + \sum_{k \in \mathfrak{S}_E} T_k(P_k) \quad (5-35)$$

kus $T_k(P_k)$ – töökindluse trahvifunktsioon

² Kui elektriijaamade võimsused on optimeeritud eelneva etapina, siis kitsendus (5-29) käib ainult tugisõlme aktiivvõimsuse kohta.

$$T_k(P_k) = \begin{cases} 0, & \text{kui } |P_k| \leq P_k^+ \\ a_k (|P_k| - P_k^+)^2 & \text{muul juhul} \end{cases} \quad (5-36)$$

Tegur a määrab trahvimäära. Kordaja w on kaalutegur, mis määrab ära tähtsuse vahekorra majandusliku ja töökindluse aspekti vahel.

Kui jaamade võimsused on eelnevalt optimeeritud, siis majanduslik kriteerium (5-34) taandub kas **summaarsete võrgukadude ΔP miinimumi kriteeriumiks**

$$C = \Delta P = \sum_{k \in \mathfrak{S}_H} \Delta P_k \quad (5-37)$$

kus ΔP_k – aktiivvõimsuskaod k -das harus

\mathfrak{S}_H – elektrivõrgu aseskeemi harude hulk

või **tugisõlmes genereeritava aktiivvõimsuse miinimumi** tingimuseks:

$$C = P_{G1} = \sum_{i \in \mathfrak{S}_K} P_{Ki}(U_i) + \Delta P - \sum_{i \in \mathfrak{S}_G} P_{Gi} \quad (5-38)$$

kus \mathfrak{S}_K – koormussõlmede hulk

Tingimus (5-38) on üldisem, kui (5-37). Kui ei arvestata koormuste staatilisi karakteristikuid, siis miinimumid kumbagi kriteeriumi järgi ühtivad, kuna $\sum_{i \in \mathfrak{S}_K} P_{Ki} = \mathit{const}$. Staatiliste karakteristikute arvestamisel on õigem rakendada kri-

teeriumit (5-38). Optimeerimisel kriteeriumi (5-37) järgi on elektriettevõttel kasulik töötada maksimaalsel lubatud pingeniivool, kuna siis on võrgukaod minimaalsed. Samas võivad aga üldised kulud osutada suuremaks, kuna suureneb tarbitav võimsus vastavalt koormuste staatilistele karakteristikutele (ka tarbijate elektriarved tulevad suuremad, mis on kasulik elektriettevõttele, mitte aga tarbijale). Siiski pole praktilisel optimeerimisel sageli koormuste staatilised karakteristikud teada.

Kriteeriume (5-37) või (5-38) võib kombineerida töökindluse kriteeriumiga analoogiliselt kriteeriumiga (5-35).

Vahel võib osutada vajalikuks lähtuda **keskkonna saastamise kriteeriumist**:

$$(5-39)$$

kus iseloomustab saastumisastet sõltuvalt genereeritavast võimsusest.

Vahel pole võimalik kõiki koormusi rahuldada, s.t on tegemist võimsuste defitsiidiga. Sel juhul muutuvad reguleeritavateks parameetriteks koormused P_{Ki} ja **koormuste optimaalse piiramise** tagab sihifunktsioon

$$(5-40)$$

kus – koormused enne nende piiramist

β_i – kaalutegurid, mis määratlevad koormuste piiramise prioriteetidid

5.3.2. Võrrandikujuliste kitsendusteta ülesande lahendamine gradientmeetodil

Eeldame esialgu, et võrrandikujulised kitsendused puuduvad. Sel juhul on ülesandeks leida selline vektor \mathbf{u} , mis minimeerib funktsiooni

$$C = C(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (5-41)$$

ja rahuldab püsiseisundi võrrandeid

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (5-42)$$

kus $\dim \mathbf{x} = \dim \mathbf{f} = n$

Optimumi tingimuste leidmiseks moodustame Lagrange'i funktsiooni

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = C(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (5-43)$$

Siit optimumi tingimused:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial C}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (5-43)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial C}{\partial \mathbf{u}} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \quad (5-44)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (5-45)$$

Sellise ülesande lahendamiseks sobib järgmine iteratiivne skeem.

Samm 1 Anda ette alglähend $\mathbf{u}^{(0)}$. Alglähendiks võib võtta eelmise optimeerimisülesande lahendi.

Samm 2 Antud $\mathbf{u}^{(k)}$ puhul leida võrrandist (5-45) vektor $\mathbf{x}^{(k)}$ – see on tavaline püsiseisundi arvutus.

Samm 3 Arvutada võrrandist (5-43) vektor $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$

$$\boldsymbol{\lambda}^{(k)} = - \left[\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right]^{-1} \frac{\partial C}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{u}^{(k)}} \quad (5-46)$$

Samm 4 Leida funktsiooni \mathcal{L} gradient vektori \mathbf{u} suhtes

$$\mathbf{grad} \mathcal{L} \Big|_{\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial C}{\partial \mathbf{u}} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}^{(k)} \quad (5-47)$$

Samm 5 Leida vektori \mathbf{u} uus lähend

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} - \alpha \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} \right) \Big|_{\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{u}^{(k)}, \boldsymbol{\lambda}^{(k)}} \quad (5-48)$$

kus sammu pikkus α valitakse nii, et sihifunktsioon C väheneks.

Samme 2...4 korratakse koondumiseni, s.t kuni on täidetud tingimus:

$$\left| \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} \right| \leq \varepsilon \quad (5-49)$$

kus ε - arvutuse etteantud täpsus.

Seega leiab vaadeldud protseduur igal iteratsioonil juhitavate parameetrite vektori uue lähendi Lagrange'i funktsiooni antigradiendi suunas.

5.3.3. Võrrandikujuliste kitsendusteta ülesande lahendamine teiste osatuletiste meetodil

Suure süsteemi puhul võib ülalvaadeldud meetod nõuda suure hulga iteratsioone. Tuleb arvestada, et igal iteratsioonil tuleb sooritada püsiseisundi arvutus. Seega põhjustab suur iteratsioonide arv suurt arvutiaja kulu. Alternatiiviks on N optimaalsustingimuse (5-43) – (5-45) koos lahendamine N tundmatu suhtes Newton-Raphsoni meetodil. Defineerime vektori \mathbf{z} , kui

$$(5-50)$$

Siis võime Lagrange'i funktsiooni esitada kujul

$$(5-51)$$

ning optimumi tingimusteks saame

$$(5-52)$$

Defineerides teiste osatuletiste maatriksi – nn **Hessiaani** $\mathbf{H}(\mathbf{z})$, mille elemendid avalduvad, kui

$$(5-53)$$

saame järgmise iteratiivse Newton-Raphsoni protseduuri

$$\mathbf{z}^{(k+1)} = \mathbf{z}^{(k)} - [\mathbf{H}(\mathbf{z}^{(k)})]^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{z}^{(k)}) \quad (5-54)$$

Hea alglähendi $\mathbf{z}^{(0)}$ puhul koondub see protseduur väga kiiresti.

Kuna \mathbf{H} on hõre maatriks, saab rakendada hõredustehnikat. Et $\dim \mathbf{z} \approx 2,5 \dim \mathbf{x}$, siis nõuab optimaalse püsiseisundi arvutus sel meetodil umbes 2...3 korda rohkem aega, kui vastav püsiseisundi arvutus.

5.3.4. Võrratusekujuliste kitsenduste arvestamine trahvifunktsioonide meetodil

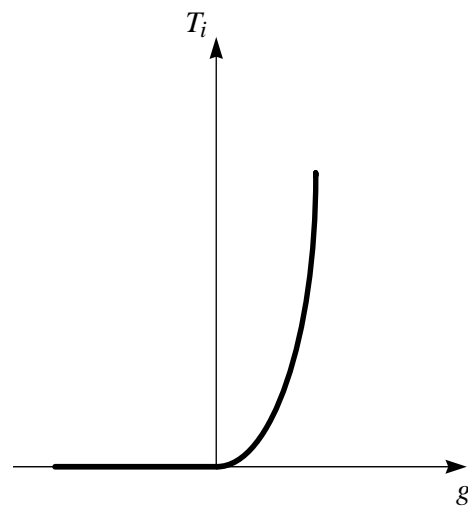
Siin vaatleme, kuidas võtta arvesse võrratusekujulisi kitsendusi

$$g_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, L \quad (5-55)$$

Ülesande võib lahendada, kui seeria võrratusekujuliste kitsendusteta ülesandeid, kusjuures k -s ülesanne ($k = 1, 2, \dots$) lahendatakse järgnevalt.

Minimeeritakse sihifunktsioon

$$C'(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = C(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \alpha_k \sum_{i=1}^L T(g_i) \quad (5-56)$$



kus $T(g_i)$ – trahvifunktsioon (vt jn 5.2)

$$T(g_i) = \begin{cases} 0, & \text{kui } g_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0 \\ g_i^2 & \text{vastasel juhul} \end{cases} \quad (5-57)$$

α_k – nn trahvitegur – määrab trahvifunktsiooni tõusu

$$\alpha_k \rightarrow \infty, \text{ kui } k \rightarrow \infty. \quad (5-58)$$

Seejuures võrrandikujulisteks kitsendusteks on võrgu võrrandid

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (5-59)$$

Saab näidata, et selline protseduur koondub optimaalseks lahendiks.

Joonis 5.2 Trahvifunktsioon

Kasutades iga alaülesande lahendamiseks tavalist gradientmeetodit (vt p 5.3.2), võib koondumine osutada aeglaseks. Koonduvuskiirus kasvab märgatavalt teiste osatulete meetodi rakendamisel (p 5.3.3).

Trahvitegurite sissetoomine ei mõjuta üldiselt Hessiaani hõredust. Siiski võib mõningaid numbrilisi raskusi tekkida α_k suurte väärtuste puhul.

5.3.5. Üldistatud taandgradiendi (ÜTG) meetod

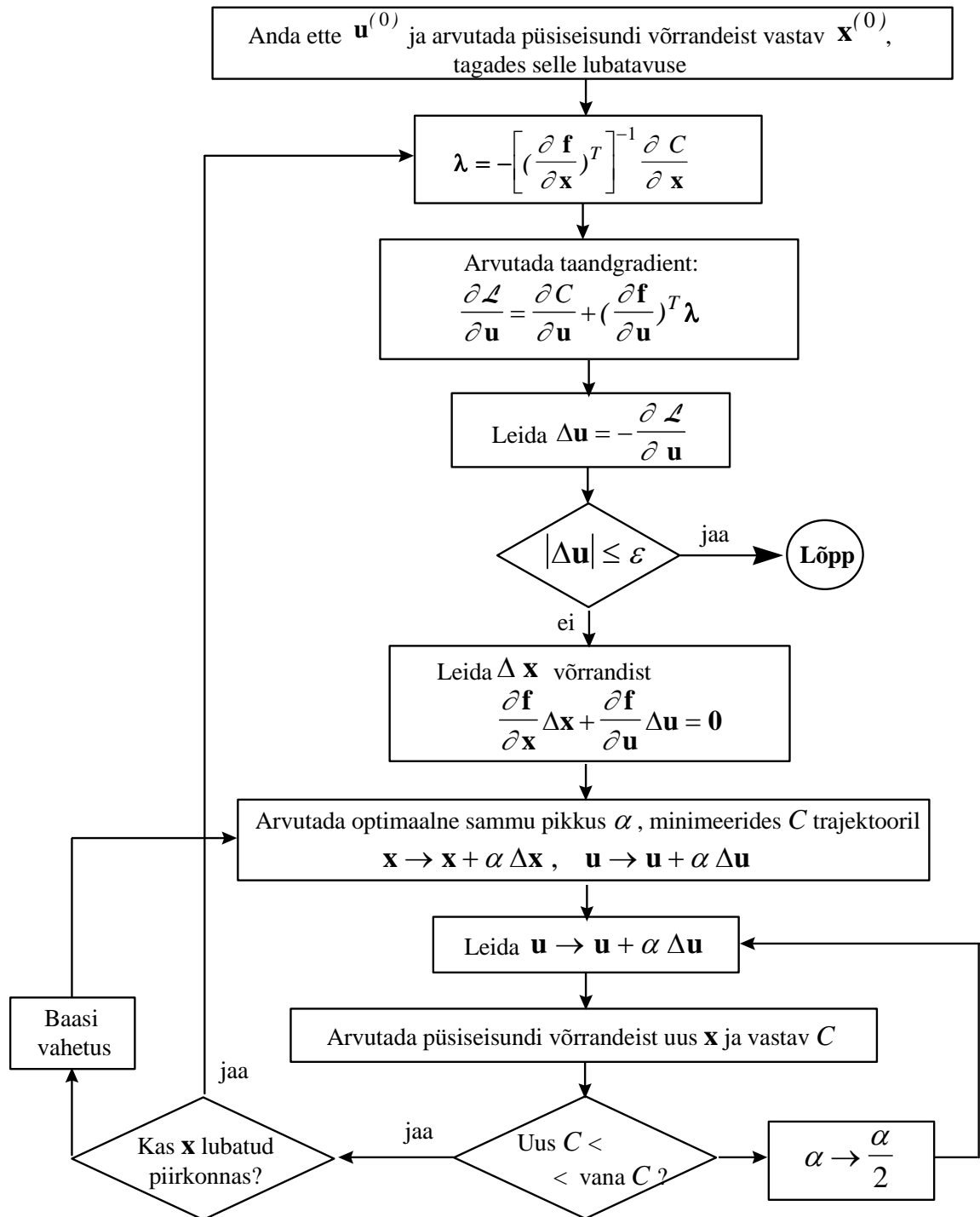
ÜTG meetod on põhimõtteliselt analoogiline gradientmeetodiga võraturusekujuliste kitsendusteta ülesande lahendamiseks (p 5.3.2). Nn **üldistatud taandgradient** avaldub, kui

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial C}{\partial \mathbf{u}} - \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \left[\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right]^{-1} \frac{\partial C}{\partial \mathbf{x}} \quad (5-60)$$

kus vektori \mathbf{u} väärtused uuendatakse igal iteratsioonil. Kui mõni võraturusekujuline kitsendus ületatakse, toimub nn baasi vahetus, s.t vektorite \mathbf{u} ja \mathbf{x} koosseisu muutus. Nt eeldame, et mingis sõlmes ületati pinge piir. Siis fikseeritakse see pinge piiril (s.t ta läheb vektori \mathbf{x} koosseisust vektori \mathbf{u} koosseisu) ning lastakse vabaks lähima generaatori reaktiivvõimsus (s.t ta läheb \mathbf{u} koosseisust \mathbf{x} koosseisu). ÜTG meetodi algoritm on toodud joonisel 5.3.

Juhitavate suuruste etteantud väärtustel $\mathbf{u}^{(0)}$ arvutatakse püsiseisund, määramaks vektor $\mathbf{x}^{(0)}$. Seejuures tuleb tagada arvutatud seisundi lubatavus, rakendades vajadusel baasivahetust. Seejärel arvutatakse Lagrange'i määramatute kordajate vektor $\boldsymbol{\lambda}$ ning taandgradient **grad** $\mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}}$ vektori \mathbf{u} järgi.

Edasi leitakse vektori \mathbf{u} samm gradiendi vastassuunas. Kui järjekordne samm on piisavalt väike – ei ületa etteantud täpsust ε – on optimeerimine lõppenud. Vastasel korral leitakse $\Delta \mathbf{u}$ alusel vektori \mathbf{x} parandus.



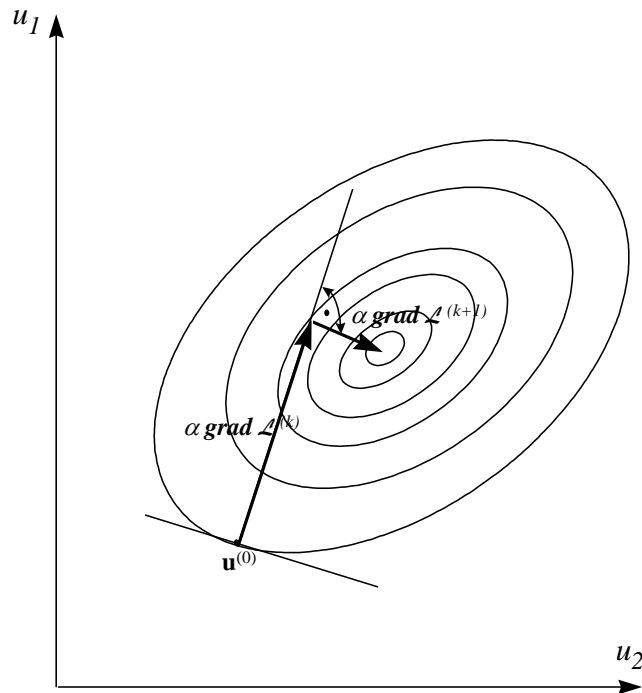
Joonis 5.3 Üldistatud taandgradiendi meetodi plokskeem

Sammu optimaalne pikkus α leitakse tingimusest, et optimaalse sammu pikkuse korral on gradientvektorid $\frac{\partial \mathcal{L}^{(k)}}{\partial \mathbf{u}}$ ja $\frac{\partial \mathcal{L}^{(k+1)}}{\partial \mathbf{u}}$ ortogonaalsed (vt jn 5.4), s.t et nende vektorite skalaarkorrutis on võrdne nulliga:

$$(\text{grad } \mathcal{L}^{(k)}, \text{grad } \mathcal{L}^{(k+1)}) = \frac{\partial \mathcal{L}^{(k)}}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial \mathcal{L}^{(k+1)}}{\partial u_1} + \dots + \frac{\partial \mathcal{L}^{(k)}}{\partial u_n} \cdot \frac{\partial \mathcal{L}^{(k+1)}}{\partial u_n} = 0 \quad (5-61)$$

Kui $(\text{grad } \mathcal{L}^{(k)}, \text{grad } \mathcal{L}^{(k+1)}) < 0$, on samm $\alpha \Delta \mathbf{u}$ liiga pikk ja α -t tuleb vähendada. Vastupidi, kui $(\text{grad } \mathcal{L}^{(k)}, \text{grad } \mathcal{L}^{(k+1)}) > 0$, on samm liiga lühike ja α -t tuleb suurendada.

Järgnevalt sooritatakse optimaalse pikkusega samm, s.t leitakse vektori \mathbf{u} uus lähend ja sihifunktsiooni C sellele vastav väärtus ning kontrollitakse, kas sihifunktsioon tõepoolest vähenes. Kui ei, vähendatakse sammu pikkust ning korratakse vektori \mathbf{u} uue lähendi arvutust. Leitud \mathbf{u} alusel arvutatakse uus püsiseisund, s.t vektor \mathbf{x} .



Joonis 5.4 Optimeerimissammu pikkuse leidmine

Lõpuks kontrollitakse leitud seisundi lubatavust. Kui seisund pole lubatav, tehakse baasi vahetus ning leitakse nüüd muutunud koosseisuga vektori \mathbf{u} lähend. Kui seisund on lubatav, minnakse optimeerimise järgmisele sammule.

Teguriks, mis komplitseerib optimeerimisprotsessi, on vajadus arvestada optimeerimismudelil ümberlülitatavaid elemente, nagu põikmahtuvused ja -reaktorid. Sobivaks oleks mudel muutuvate mahtuvuste ja/või induktiivsustega. Sel juhul tuleks põikmahtuvuste ja -reaktoritega sõlmede jaoks lisada kitsendused

$$0 \leq B_i^C \leq B_i^+, \quad i \in \mathfrak{I}_C \quad (5-62)$$

$$B_i^- \leq B_i^L \leq 0, \quad i \in \mathfrak{I}_L \quad (5-63)$$

kus $\mathfrak{I}_C, \mathfrak{I}_L$ – vastavalt põikkondensaatoritega ja põikinduktiivsustega sõlmede indeksite hulgad.

Võimsuste optimaalne jaotamine suhteliste juurdekasvuse meetodil ning võrgukadude arvestamine kaovalemi abil ei võimalda arvestada kitsendusi genereeritava-

tele aktiiv- ja reaktiivvõimsustele, pingetele ja võimsusvoogudele. Kasutades ÜTG meetodit seisundi kompleksseks optimeerimiseks on need kitsendused lihtsalt arvestatavad, tõsi küll – täiendava arvutusaja hinnaga. Enamikel juhtudel aga kaalub saadav kasu üles arvutusaja suurenemise.

Elektrivõrgu talitluse optimeerimine võimaldab vähendada kadusid mõnedel juhtudel isegi kuni 20%. Põhimõtteliselt annab suurimat majanduslikku efekti ülekandevõrgu puhul talitluse optimeerimine reaalajas, mille rakendamine tuleb kõne alla vastava riist- ja tarkvara olemasolul.

5.4. TALITLUSE OPTIMEERIMISE ALAÜLESANDEID

Sageli pole talitluse kompleksne optimeerimine pingete, reaktiivvõimsuste ja trafoastmete järgi võimalik vastavate reguleerimis- ja juhtimisseadmete puudumise tõttu ehk täpsemalt järgmistel põhjustel:

- puudub reaktiivvõimsuse reserv;
- puudub piisavalt pingereguleerimisseadmeid;
- puudub piisaval hulgal koormatult reguleeritavaid trafosid või pole nende astmeümberlülitid piisavalt töökindlad (võimaldavad ainult piiratud arvu lülitamisi);
- puudub sobiv tark- või riistvara või vajalikud telekanalid.

Sellistes tingimustes omavad suurt praktilist tähtsust optimeerimise alaülesanded:

- pingeniivo reguleerimine kas kogu võrgus või tema osades;
- võimsusvoogude juhtimine võrgu mittehomogeensetes osades;
- võrgu optimaalsete lahtuspunktide määramine;
- reaktiivvõimsuste jagunemise optimeerimine;
- häiringukindluse korrigeerimine.

Võimaluse korral tulemused superponeeritakse ja vajadusel korrigeeritakse. Tulemus on muidugi ebatäpsem, kui kompleksel optimeerimisel.

5.4.1. Pingeniivo reguleerimine

Elektrivõrgu pingeniivo reguleerimine on üheks oluliseks alaülesandeks elektrivõrgu talitluse optimeerimisel. Pingeniivo all mõeldakse ühe pingeastmega võrgu või selle osa teatavat keskmist pinget. Kuna võimsuskadude põhiosa – koormuskaod on pöördvõrdelised pingele ruuduga (3.7), nõuab võimsuskadude miinimumi kriteeriumi rakendamine kõrgeima lubatava pingeniivo kasutamist. Reeglina vähendab pingeniivo tõstmine 1% võrra jaotusvõrgu kadusid umbes 2% võrra. Pingeniivo tõusuga vähenevad ka reaktiivvõimsuskaod (umbes 2% pingeniivo tõusu 1% kohta) ning suureneb elektriliinide poolt genereeritav reaktiivvõimsus.

Jaotusvõrgu pingeniivo optimeerimine seisneb toitealajaama koormuse all reguleeritava(te) trafo(de) pingereguleerimisseaduse optimeerimises ja jaotusvõrgu trafode (reeglina koormuse all mittereguleeritavad) sobivate astmete valikus. Kon-

densaatorpatareide olemasolul lisandub veel nende väljavõtete või reguleerimis-seaduste (automaatse reguleerimise korral) optimeerimine.

Koormuse all reguleeritavate trafode pingereguleerimisvõime ja mittereguleeritavate trafode astmete valik toimub lähtudes pingehälvete lubatavusest tarbijate juures maksimaal- ja minimaalkoormustel. Nii tuleb võrgu pingekadude kompenseerimiseks jaotusvõrgu toitealajaama vajalik pingereguleerimisvõime maksimaalne maksimaalkoormuste puhul ja minimaalne minimaalkoormuste puhul (võrkudes tuntud nn. vastureguleerimine). Koormuse muutumisel maksimaal- ja minimaalväärtuste vahel muutub pingereguleerimine lineaarselt. Kui trafo pole koormuse all reguleeritav, toimub pingereguleerimine kõrgema pingega alajaamas. Sellisel juhul reeglina ei õnnestu tagada vajalikke pingeid kõigi 6...15-kV jaotusvõrkude toitealajaamades ning tuleb valida kompromisslahendus.

Jaotusvõrkude pingereguleerimisvõime reguleerimissüsteemi häälestamist alustatakse tavaliselt pingereguleerimisvõimega 6...15-kV võrkude, seejärel aga 15...35-kV võrkude toitealajaamades, kusjuures konkreetsem tegevus sõltub trafo koormuse all reguleeritavusest. Põhjalikuma ülevaate jaotusvõrkude pingereguleerimisvõime reguleerimissüsteemi häälestamisest võib saada näiteks raamatust [3.58].

Lahutuskohtade optimeerimine on jaotusvõrkudes, mis küll töökindluse eesmärgil on ehitatud suletud kontuuridega või kahepoolse toite võimega, kuid töötavad tegelikult reeglina avatuna, üks efektiivsemad organisatsioonilisi meetmeid võrgukadude vähendamiseks. Lahutuskohtade optimeerimisest saadav efekt on suurem linnavõrkudes, kus koormusgraafikute iseloom ja seega ka optimaalsed lahutuskohad on püsivamad. Maarajoonides, kus koormused on sesoonse iseloomuga, tuleks lahutuskohti sageli muuta.

Võimsusvoogude reguleerimine suletud võrgus ja elektrivõrgu pingereguleerimine kujutavad endast üldjuhul elektrivõrgu püsitalitluse kompleksse optimeerimise alaülesandeid, kuid praktikas vaadeldakse neid tihti ka iseseisvate ülesannetena.

Olemasolevad võimalused võimsusvoogude optimeerimiseks ülekandevõrkudes nii lisapingetrafode astmete optimeerimise kui kontuuride avamise teel on praktiliselt ära kasutatud. Muidugi võib tekkida küsimus lisapingetrafode ja võrgu ühtlikkust tagavate pikikondensaatorite ning -reaktorite hulga piisavusest, kuid see on omaette uurimisteema ja ei kuulu organisatsiooniliste meetmete hulka.

Kuna võimsuskadude põhiosa - koormuskadud - on pöördvõrdelised pingereguleerimisvõimega, tuleb võimsuskadude minimeerimiseks kasutada võimalikult kõrget lubatavat pingereguleerimisvõime. Reeglina vähendab pingereguleerimisvõime tõstmise 1% võrra võrgukadusid umbes 2% võrra. Seejuures tuleb aga 330-kV liinides arvestada koroona- ja koroonakadude mõnningase suurenemisega. Pingereguleerimisvõime tõusuga vähenevad ka reaktiivvõimsuskadud (umbes 2% pingereguleerimisvõime tõusu 1% kohta) ning suureneb elektriliinide poolt genereeritav reaktiivvõimsus. Erinev olukord võib tekkida aga madala tarbimistaseme puhul. Siis võib reaktiivvõimsuse tarbimine ja reaktiivvõimsuskadude summa osutada väiksemaks liinide mahtuvustes genereeritavast reaktiivvõimsusest, mistõttu elektrijaamade generaatorid on sunnitud töötama mahtuvuslikus režiimis. Märkimisväärse reaktiivvõimsusvooga võrgust toiteallikate suunas kaasnevad täiendavad võimsuskadud ja võrgu pingereguleerimisvõime liigne tõus, eriti väikeste koormuste

perioodidel. Sellistel juhtudel tuleb kasutada reaktoreid, mis võimaldaksid suurendada reaktiivvõimsuse tarbimist ülekandevõrgus. Reaktorite ülesseadmine nõuab omaette uurimust.

Jaotusvõrgus vastab pingeniivo 1%-sele tõusule samuti umbes 2%-ne võimsuskao vähenemine. Teatavasti seisneb jaotusvõrgu pingeniivo optimeerimine toiteala-jaama koormuse all reguleeritava(te) trafo(de) pingereguleerimisseaduse optimeerimises ja jaotusvõrgu trafode sobivate astmete valikus, tagamaks tarbijate juures pingehälvete lubatavust minimaalsete võimsus- ja energiakadude puhul jaotusvõrgus. Kondensaatorpatareide olemasolul lisandub veel nende väljavõtete või reguleerimisseaduste (automaatreguleerimise korral) optimeerimine.