

6 SILMUSVÕRKUDE PÜSISEISUNDI ARVUTAMINE

6.1 ÜLESANDE PIIRITLEMINE

Peatükis vaadeldakse keerukamate suletud ehk silmusvõrkude arvutamise põhimõtteid, eeldades arvutite kasutamist. Seejuures tuleb arvestada, et tegelikult on võrgu püsiseisundi arvutamise ülesanded tingituna võrkude keerukusest ja võrrandite mittelineaarsusest võrdlemisi rasked ja töömahukad. Selliste võrkude arvutamiseks vajalike ja kasutajate üha kasvavaid nõudeid rahuldavate arvuti-programmide koostamine on üsna töömahukas. See on jõukohane ainult väga suurte kogemustega spetsialistide kollektiivile.

Siin piirduakse meetodilistest kaalutlustest lähtudes silmusvõrkudega, milles suletud kontuurid koosnevad ainult sama nimipingega elementidest, s.o kontuurid ei sisalda trafosid. See on sama kui eeldada, et elementide parameetrid on taandatud ühele ja samale pingele ning kontuurides puuduvad elektromotoorjõud. Muid kitsendavaid nõudeid töömahukuse ja suletud kontuuride arvu suhtes ei esitata.

Enam levinud meetodiks keerukate silmusvõrkude arvutamisel on **sõlmepingemeetod**. Põhjuseks on mõistlik kompromiss võrrandite arvu ja keerukuse vahel.

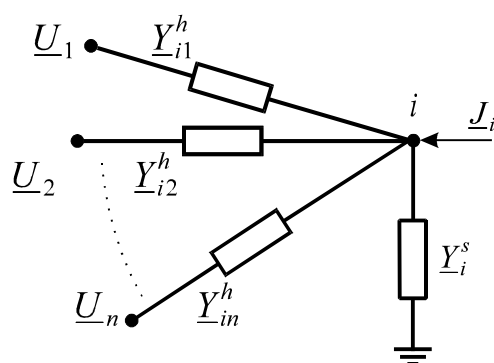
Elektrivõrgu püsiseisundi arvutamiseks vajaliku arvutiprogrammi universaalsuse huvides on vajalik, et ka ülesanne oleks universaalse püstitusega, oleks formaliseeritud. Seejuures on tänuväärseks matemaatiliseks vahendiks maatriks-algebra, mis võimaldab väga kompaktselt ja ülevaatlikult käsitleda mis tahes mahuga võrrandisüsteeme.

Üheks formaliseerimise võtteks on ka etteantud koormusega toiteallikate ja tarbijate mitteeristamine, s.o nende kujutamine konstantsete sõlmevõimsustena (mittelineaarne ülesanne) või konstantsete sõlmevooludena (lineaarne ülesanne). Sellist sõlme nimetatakse laiemas mõttes **koormussõlmeks** (vt p 3.8). Formaalne erinevus toiteallika ja tarbija vahel seisneb siis koormuse arväärtuse suunamärgis. Edaspidi loeme (kokkuleppeliselt) väljastpoolt sõlme siseneva võimsuse või voolu (toiteallikas, toitesõlm) positiivseks ning võrgust sõlme kaudu väljuva võimsuse või voolu (tarbija koormus) negatiivseks koormuseks. Formaalset käsitlust kujutame joonisel üldjuhul kõiki sõlmekoormusi positiivse suunaga (väljastpoolt sõlme sisenevatena).

Lihtsuse mõttes vaatleme võrke, mis sisaldavad ainult üht ühist **balansi-** ja **baassõlme** (sõlm 0), nn **tugisõlme** (p 3.8). Kõik ülejäänud sõlmed on koormussõlmed (matemaatilises mõttes sõltumatud sõlmed, üldjuhul järjekorranumbritega $1, \dots, n$).

6.2 LINEAARSED SÕLMEVÕRRANDID

Lähtudes p 6.1 eeldustest, tuleb koostada sõlmevõrrandid võrgu kõigile koormussõlmedele. Joonisel 6.1 on võrgu koormussõlme i skeem, kus \underline{J}_i on sõlmevool, \underline{Y}_i^s sõlme i juurde kuuluvate põikharude summaarne juhtivus (sõlmega ühendatud liinide pooled juhtivused ja sõlmes ülesseatud kondensaatorpatarei või põikreaktori juhtivused).



Joonis 6.1 Võrgu sõlme skeem

Sõlmedevaheliste pikiharude parameetreid on siin mugavuse mõttes otsustarbekam esitada mitte takistustena nagu eespool, vaid nende pöördväärtustena – harude juhtivustena

$$\underline{Y}_{i1}^h = \frac{1}{\underline{Z}_{i1}} \quad \dots \quad \underline{Y}_{in}^h = \frac{1}{\underline{Z}_{in}}$$

Kirchhoffi I ja Ohmi seaduse põhjal saab koostada sõlmevõrrandi

$$\underline{Y}_{i1}^h(\underline{U}_i - \underline{U}_1) + \underline{Y}_{i2}^h(\underline{U}_i - \underline{U}_2) + \dots + \underline{Y}_{in}^h(\underline{U}_i - \underline{U}_n) + \underline{Y}_i^s \underline{U}_i = \sqrt{3} \underline{J}_i$$

ehk

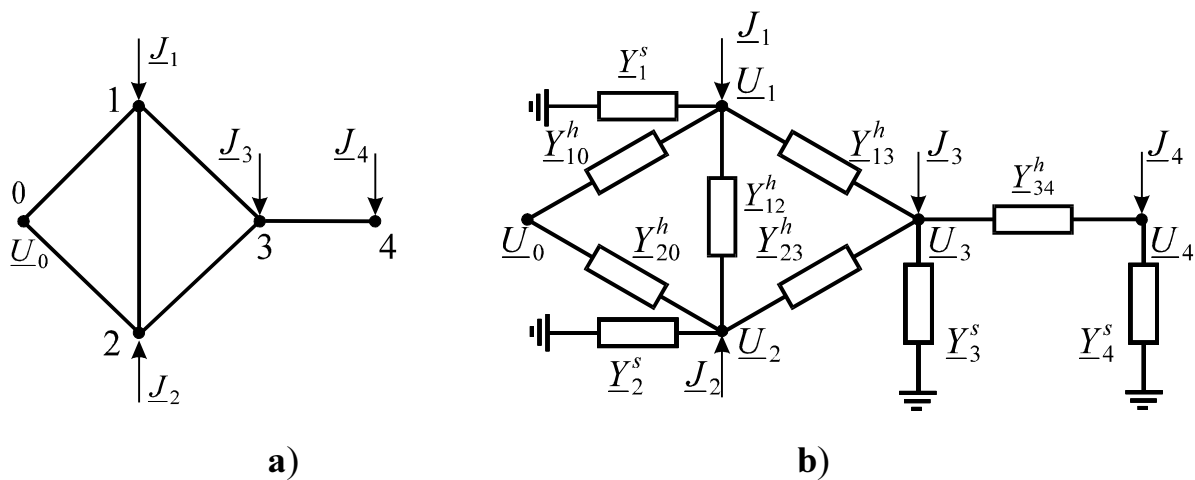
$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \underline{Y}_{ij}^h (\underline{U}_i - \underline{U}_j) + \underline{Y}_i^s \underline{U}_i = \sqrt{3} \underline{J}_i \quad (6.1)$$

ehk

$$\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \underline{Y}_{ij}^h + \underline{Y}_i^s \right) \underline{U}_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \underline{Y}_{ij}^h \underline{U}_j = \sqrt{3} \underline{J}_i \quad (6.2)$$

Nii saab koostada võrrandid võrgu kõigi sõltumatute sõlmede jaoks ning leida võrrandisüsteemi lahendamise teel otsitavad sõlme pinged. Edasi leitakse Ohmi seaduse järgi kõik haruvoolud ning seejärel ka võimsused.

Sõlmevõrranditest (6.1) või (6.2) koosneva võrrandisüsteemi on ülevaatlikum maatrikskujul. Vaatleme joonisel 6.2 kujutatud silmusvõrku. Sõlm 0 on tugisõlm (sõlme koormust ette ei anta, teada on aga pinge \underline{U}_0). Sõlmevõrrandid sõlmedele 1, 2, 3 ja 4 võib koostada kujul



Joonis 6.2 Silmusvõrk ja selle arvutuskeem

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{10}^h (\underline{U}_1 - \underline{U}_0) + \underline{Y}_{12}^h (\underline{U}_1 - \underline{U}_2) + \underline{Y}_{13}^h (\underline{U}_1 - \underline{U}_3) + \underline{Y}_1^s \underline{U}_1 &= \sqrt{3} \underline{J}_1 \\ \underline{Y}_{20}^h (\underline{U}_2 - \underline{U}_0) + \underline{Y}_{12}^h (\underline{U}_2 - \underline{U}_1) + \underline{Y}_{23}^h (\underline{U}_2 - \underline{U}_3) + \underline{Y}_2^s \underline{U}_2 &= \sqrt{3} \underline{J}_2 \\ \underline{Y}_{13}^h (\underline{U}_3 - \underline{U}_1) + \underline{Y}_{23}^h (\underline{U}_3 - \underline{U}_2) + \underline{Y}_{34}^h (\underline{U}_3 - \underline{U}_4) + \underline{Y}_3^s \underline{U}_3 &= \sqrt{3} \underline{J}_3 \\ \underline{Y}_{34}^h (\underline{U}_4 - \underline{U}_3) + \underline{Y}_4^s \underline{U}_4 &= \sqrt{3} \underline{J}_4 \end{aligned}$$

Pärast korrastamist otsitavate sõlme pingete järgi saavad võrrandid kuju

$$\begin{aligned}
(\underline{Y}_{10}^h + \underline{Y}_{12}^h + \underline{Y}_{13}^h + \underline{Y}_1^s) \underline{U}_1 & - \underline{Y}_{12}^h \underline{U}_2 & - \underline{Y}_{13}^h \underline{U}_3 & = \sqrt{3} \underline{J}_1 + \underline{Y}_{10}^h \underline{U}_0 \\
-\underline{Y}_{12}^h \underline{U}_1 & + (\underline{Y}_{20}^h + \underline{Y}_{12}^h + \underline{Y}_{23}^h + \underline{Y}_2^s) \underline{U}_2 & - \underline{Y}_{23}^h \underline{U}_3 & = \sqrt{3} \underline{J}_2 + \underline{Y}_{20}^h \underline{U}_0 \\
-\underline{Y}_{13}^h \underline{U}_1 & - \underline{Y}_{23}^h \underline{U}_2 & + (\underline{Y}_{13}^h + \underline{Y}_{23}^h + \underline{Y}_{34}^h + \underline{Y}_3^s) \underline{U}_3 & - \underline{Y}_{34}^h \underline{U}_4 = \sqrt{3} \underline{J}_3 \\
& & - \underline{Y}_{34}^h \underline{U}_3 & + (\underline{Y}_{34}^h + \underline{Y}_4^s) \underline{U}_4 = \sqrt{3} \underline{J}_4
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Sulgudes olevaid summaarseid juhtivusi nimetatakse sõlmede **omajuhtivuseks**. Sõlme omajuhtivusel on otsene füüsikaline sisu – sõlmega vahetult seotud harude juhtivuste summa (summasse kuulub ka sõlme põikjuhtivus). Kahe sõlme **vastastikuseks juhtivuseks** nimetatakse neid sõlmi vahetult ühendava haru vastasmärgiga juhtivust, mis üldjuhul on

$$\underline{Y}_{ij} = -\underline{Y}_{ij}^h = -\frac{1}{\underline{Z}_{ij}}$$

Tähistades sõlmede omajuhtivused vastava sõlme kahekordse indeksiga, võib võrrandeile (6.3) anda ülevaatlikuma kuju

$$\begin{aligned}
\underline{Y}_{11} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \underline{U}_2 + \underline{Y}_{13} \underline{U}_3 & = \sqrt{3} \underline{J}_1 - \underline{Y}_{10} \underline{U}_0 \\
\underline{Y}_{12} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \underline{U}_2 + \underline{Y}_{23} \underline{U}_3 & = \sqrt{3} \underline{J}_2 - \underline{Y}_{20} \underline{U}_0 \\
\underline{Y}_{13} \underline{U}_1 + \underline{Y}_{23} \underline{U}_2 + \underline{Y}_{33} \underline{U}_3 + \underline{Y}_{34} \underline{U}_4 & = \sqrt{3} \underline{J}_3 \\
\underline{Y}_{34} \underline{U}_3 + \underline{Y}_{44} \underline{U}_4 & = \sqrt{3} \underline{J}_4
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Võrrandisüsteemi (6.4) kahes esimeses võrrandis puuduvad otsitavat \underline{U}_4 sisaldavad liikmed seetõttu, et skeemis (jn 6.2) puuduvad sõlmepaare 1 – 4 ja 2 – 4 ühendavad harud. Järelikult on vastastikused juhtivused $\underline{Y}_{14} = \underline{Y}_{24} = 0$. Samal põhjusel puudub neljandas võrrandis kaks esimest liiget. Võrrandite paremas pooles sisalduvad \underline{Y}_{10} ja \underline{Y}_{20} on sõlmede 1 ja 2 vastastikused juhtivused tugisõlmega 0. Kuna puuduvad sõlmi 3 ja 4 sõlmega 0 vahetult ühendavad harud, siis $\underline{Y}_{30} = \underline{Y}_{40} = 0$ ning vastavad liikmed kahes viimases võrrandis puuduvad.

Kui skeemis oleksid kõik harud olemas, ning arvestades, et vastastikuse juhtivuse indeksite järjestus pole oluline ($\underline{Y}_{ij} = \underline{Y}_{ji}$), saaks nelja sõltumatu sõlmega skeemi sõlmevõrrandite üldkujuks

$$\begin{aligned}
\underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{14}\underline{U}_4 &= \sqrt{3}\underline{J}_1 - \underline{Y}_{10}\underline{U}_0 \\
\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{24}\underline{U}_4 &= \sqrt{3}\underline{J}_2 - \underline{Y}_{20}\underline{U}_0 \\
\underline{Y}_{31}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{34}\underline{U}_4 &= \sqrt{3}\underline{J}_3 - \underline{Y}_{30}\underline{U}_0 \\
\underline{Y}_{41}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{42}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{43}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{44}\underline{U}_4 &= \sqrt{3}\underline{J}_4 - \underline{Y}_{40}\underline{U}_0
\end{aligned} \tag{6.5}$$

6.3 LINEARSETE SÖLMEVÖRRANDITE MAATRIKSKUJU

Maatriksalgebra vahenditega on mugav kompaktselt ja ülevaاتlikult käsitleda suuri võrrandisüsteeme. Selleks defineerigem võrgu seisundimuutujate (sõlmevoolude ja sõlme pingete) vektorid ehk veergmaatriksid

$$\underline{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \vdots \\ \underline{J}_n \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \vdots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

See võimaldab võrrandisüsteemi (6.5) esitada kujul

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} & \underline{Y}_{14} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \underline{Y}_{23} & \underline{Y}_{24} \\ \underline{Y}_{31} & \underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} & \underline{Y}_{34} \\ \underline{Y}_{41} & \underline{Y}_{42} & \underline{Y}_{43} & \underline{Y}_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \\ \underline{U}_3 \\ \underline{U}_4 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \\ \underline{J}_3 \\ \underline{J}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Y}_{10} \\ \underline{Y}_{20} \\ \underline{Y}_{30} \\ \underline{Y}_{40} \end{bmatrix} \underline{U}_0 \tag{6.7}$$

ehk lühemalt

$$\underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}} = \sqrt{3}\underline{\mathbf{J}} - \underline{\mathbf{Y}}_0\underline{U}_0 \tag{6.8}$$

kus $\underline{\mathbf{Y}}$ – sõlmejuhtivuste maatriks

$\underline{\mathbf{Y}}_0$ – baassõlme vastastikuste juhtivuste veergmaatriks

\underline{U}_0 – baassõlme pinge, mis pole siin maatriksi, vaid kordaja kujul

Sõlmejuhtivuste maatriks

Sõlmejuhtivuste maatriks $\underline{\mathbf{Y}}$ on n -dat järku ruutmaatriks, mille peadiagonaalil on sõlmede omajuhtivused \underline{Y}_{ii} ning kõik ülejäänud elemendid on peadiagonaali suhtes sümmeetrilised vastastikused juhtivused $\underline{Y}_{ij} = \underline{Y}_{ji}$. Kui maatriksi i -nda

rea ja j -nda veeru elemendiks on nullist erinev väärtus, näitab see haru olemasolu sõlmede i ja j vahel, null tähendab aga haru puudumist.

Kuigi sõlmejuhtivuste maatriksi elementidel on lihtne füüsikaline sisu (p 6.2), tuleb nad arvutil ikkagi välja arvutada. Selleks peab arvutisse sisestama muudele lähteandmetele lisaks ka võrgu ühendusskeemi, s.t andmed harude ja sõlmede ühenduste kohta. Nende alusel koostatakse nn **ühendus-** ehk **sidumaatriks** \mathbf{M} , mille ridade arv vastab sõltumatute sõlmede arvule n ja veergude arv harude arvule m

$$\mathbf{M} = [m_{ij}] \quad i = 1 \dots n \quad j = 1 \dots m$$

Ühendusmaatriksi iga elemendi väärtus sõltub sõlme ja haru omavahelisest sidemest

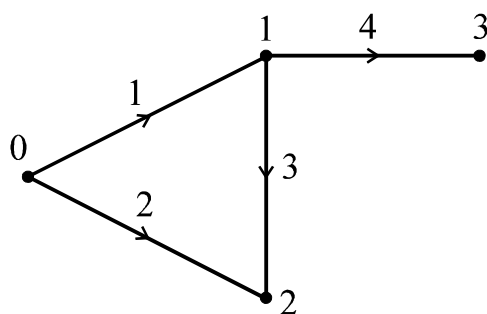
$$m_{ij} = +1 \quad \text{kui haru } j \text{ algus on sõlmes } i$$

$$m_{ij} = -1 \quad \text{kui haru } j \text{ lõpp on sõlmes } i$$

$$m_{ij} = 0 \quad \text{kui haru } j \text{ pole sõlmega } i \text{ vahetult seotud.}$$

Näitena on koostatud joonisel 6.3 kujutatud lihtsa skeemi ühendusmaatriks

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



Joonis 6.3 Lihtsa silmusvõrgu graaf

Ühendusmaatriks võimaldab kirjutada ka Kirchhoffi I seaduse maatrikskujul

$$\mathbf{M}\mathbf{I} = \mathbf{J} \tag{6.9}$$

kus \mathbf{I} – haruvoolude vektor ehk veergmaatriks

Vaadeldud näite abil on kerge veenduda, et ühendusmaatriksi vahendusel saab arvutada sõlmejuhtivuste maatriksi järgmise valemiga:

$$\underline{\mathbf{Y}} = \mathbf{M} \underline{\mathbf{Z}}_h^{-1} \mathbf{M}_T = \mathbf{M} \underline{\mathbf{Y}}_h \mathbf{M}_T \quad (6.10)$$

kus \mathbf{M}_T – transponeeritud ühendusmaatriks

$\underline{\mathbf{Z}}_h$ ja $\underline{\mathbf{Y}}_h$ – harutakistuste ja harujuhtivuste diagonaalmaatriksid

$$\underline{\mathbf{Z}}_h^{-1} = \underline{\mathbf{Y}}_h = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1^h & & & \\ & \underline{Y}_2^h & & \\ & & \ddots & \\ & & & \underline{Y}_m^h \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Viimati vaadeldud maatriksid \mathbf{M} , $\underline{\mathbf{Y}}_h$ ja $\underline{\mathbf{Y}}$ on **hõredad maatriksid**, kuna sisaldavad väga palju 0-väärtusega elemente. Kui näiteks 100 sõltumatu sõlmega võrgus on 150 haru, oleks sõlmejuhtivuste maatriksis ka 100 nullist erinevat omajuhtivust ning kummalgi pool maatriksi peadiagonaali praktiliselt 150 nullist erinevat vastastikust juhtivust. Seega oleks nullist erinevate elementide koguarv ligikaudu 400, mis moodustab maatriksi kõikide elementide arvust ($100 \times 100 = 10000$) ainult 4%. Et võrgu püsiseisundi arvutamisel arvuti mälu nullidega mitte asjatult koormata ja mitte lasta massiliselt sooritada aritmeetilisi tehteid nullidega, kasutatakse arvutiprogrammide koostamisel spetsiaalseid **hõredate maatriksite protseduure**.

6.4 LINEAARSETE SÕLMEVÕRRANDITE LAHENDUSMEETODID

Maatriksvõrrandi (6.8) lahendamisel tuleb arvestada, et maatriksite elementideks on kompleksuurused. Tehted kompleksmaatriksitega on aga märksa keerukamad ja töömahukamad kui reaalmaatriksitega. Selleks et kasutada maatriksalgebrast tuttavaid meetodeid ja tehete algoritme, on otstarbekas minna kompleksvõrranditelt üle reaalsvõrranditele. Nii toimiti näiteks p 5.9 võrrandite (5.27) teisendamisel võrranditeks (5.28).

Kujutades valemis (6.8) kompleksmaatrikseid reaali- ja imaginaarmaatriksite summana

$$\underline{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \vdots \\ \underline{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1' + jU_1'' \\ \vdots \\ U_n' + jU_n'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1' \\ \vdots \\ U_n' \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} U_1'' \\ \vdots \\ U_n'' \end{bmatrix} = \mathbf{U}' + j\mathbf{U}''$$

ning analoogiliselt

$$\underline{\mathbf{J}} = \mathbf{J}' + j\mathbf{J}'' \quad \underline{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} - j\mathbf{B} \quad \underline{\mathbf{Y}}_0 = \mathbf{G}_0 - j\mathbf{B}_0$$

ja etteantud baaspinget reaalsuurusena $\underline{U}_0 = U_0$, võib (6.8) kirjutada kujul

$$(\mathbf{G} - j\mathbf{B})(\mathbf{U}' + j\mathbf{U}'') = \sqrt{3}(\mathbf{J}' + j\mathbf{J}'') - (\mathbf{G}_0 - j\mathbf{B}_0)U_0$$

Eraldades reaali- ja imaginaarosad, saab kaks matriksvõrrandit

$$\begin{aligned} \mathbf{G}\mathbf{U}' + \mathbf{B}\mathbf{U}'' &= \sqrt{3}\mathbf{J}' - \mathbf{G}_0U_0 \\ -\mathbf{B}\mathbf{U}' + \mathbf{G}\mathbf{U}'' &= \sqrt{3}\mathbf{J}'' + \mathbf{B}_0U_0 \end{aligned} \quad (6.12)$$

mis võib koondada üheks matriksvõrrandiks, mille elementideks on omakorda matriksid (alammatriksid ehk blokid)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}' \\ \mathbf{U}'' \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} \mathbf{J}' \\ \mathbf{J}'' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 \\ -\mathbf{B}_0 \end{bmatrix} U_0 \quad (6.13)$$

Matriksvõrrand (6.13) koosneb $2n$ reaalkomponendist ja sisaldab $2n$ otsitavat (n sõlme pingeaal- ja imaginaarkomponendid \mathbf{U}' , \mathbf{U}''). Selle illustreerimiseks võib kahe sõltumatu sõlme vahelise võrgu puhul kirjutada (6.13) laotatud kujul järgmiselt:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & B_{11} & B_{12} \\ G_{21} & G_{22} & B_{21} & B_{22} \\ -B_{11} & -B_{12} & G_{11} & G_{12} \\ -B_{21} & -B_{22} & G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1' \\ U_2' \\ U_1'' \\ U_2'' \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} J_1' \\ J_2' \\ J_1'' \\ J_2'' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_{10} \\ G_{20} \\ -B_{10} \\ -B_{20} \end{bmatrix} U_0 \quad (6.14)$$

Saadud lineaarse matriksvõrrandi võib soovi korral kõige üldisemalt ja kompaksemalt kirjutada kujul

$$\mathbf{Y}\mathbf{U} = \mathbf{J} \quad (6.15)$$

teades muidugi matriksite \mathbf{Y} , \mathbf{U} ja \mathbf{J} tegelikku sisu. Näiteks on matriks \mathbf{J} siin võrrandi (6.14) vabaliikmete ehk füüsiliselt sisult nagu ekvivalentsete voolude veergmatriks

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} J_1' - G_{10} U_0 \\ \sqrt{3} J_2' - G_{20} U_0 \\ \sqrt{3} J_1'' + B_{10} U_0 \\ \sqrt{3} J_2'' + B_{20} U_0 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Lineaarvõrrandisüsteemi (6.14) lahendamiseks kasutada lineaarvõrrandisüsteemide kõiki tuntud lahendusmeetodeid, mis võib tinglikult liigitada kahte gruppi: **otsesed** ehk **täpsed** ja **iteratiivsed** ehk **ligikaudsed** meetodid.

Kui kõik arvutused teha täpselt (ümardamata), annavad otsesed meetodid lõpliku arvu operatsioonide järel põhimõtteliselt täpse tulemuse. Tegelikult ei ole arvutused siiski päris täpsed ja meetodite nimetamine täpseteks on tinglik. Otsestest ehk täpsetest meetoditest vaadeldakse allpool Gaussi meetodit ja sõlmejuhtivuste maatriksi pööramisel põhinevat meetodit.

Iteratiivseteks ehk ligikaudseteks nimetatakse meetodeid, mille puhul ka täpsete (ümardamata) arvutuste korral saab tulemused ainult etteantud täpsusega. Täpsed tulemused saaks põhimõtteliselt ainult lõpmata suure iteratsioonide arvu puhul.

6.5 GAUSSI MEETOD

Gaussi meetod on üks tuntumaid lineaarvõrrandisüsteemi lahendusmeetodeid, mis põhineb tundmatute järkjärgulisel elimineerimisel ning millel võib olla erinevaid kasutusalgoritme. Vaatleme üldistatud lineaarvõrrandisüsteemi (6.15) lahendamist kolme võrrandi näite abil

$$\begin{aligned} Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + Y_{13}U_3 &= J_1 \\ Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 + Y_{23}U_3 &= J_2 \\ Y_{31}U_1 + Y_{32}U_2 + Y_{33}U_3 &= J_3 \end{aligned} \quad (6.17)$$

Jagades esimese võrrandi kordajaga Y_{11} , võib tulemuse kirjutada kujul

$$U_1 + b_{12}U_2 + b_{13}U_3 = b_1 \quad (6.18)$$

Korrutades võrrandit (6.18) Y_{21} -ga ja lahutades tulemuse (6.17) teisest võrrandist, saab elimineerida U_1 . Jagades võrrandi U ees oleva kordajaga, võib tulemuse kirjutada üldistatud kujul

$$U + b U = b \quad (6.19)$$

Analoogiliste võtetega elimineeritakse võrrandite (6.18) ning (6.19) abil (6.17) kolmandast võrrandist U_1 ja U_2 ning antakse talle kuju

$$U = b \quad (6.20)$$

Seega on lähtevõrrandisüsteem (6.17) teisendatud ekvivalentsele kujule

$$\begin{aligned} U_1 + b_{12}U_2 + b_{13}U_3 &= b_1 \\ U_2 + b_{23}U_3 &= b_2 \\ U_3 &= b_3 \end{aligned} \quad (6.21)$$

kust on kerge leida kõik otsitavad

$$\begin{aligned} U_3 &= b_3 \\ U_2 &= b_2 - b_{23}U_3 \\ U_1 &= b_1 - b_{13}U_3 - b_{12}U_2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

Võrrandisüsteemi Gaussi meetodil lahendamisel on aritmeetiliste tehete arv veidi väiksem kui n^3 (n – tundmatute arv). Seega on ka arvutusaeg määratud tundmatute arvu kuubiga ning ei sõltu nagu iteratiivsel meetodil arvutuse koon- dumiseks vajalikust ja varem tundmatust iteratsioonide arvust. Arvutusteks vajalik mälu maht on võrdlemisi suur, mis nõuab suurte võrkude arvutamiseks hõredate maatriksite protseduure.

6.6 SÕLMEVÕRRANDITE LAHENDAMINE SÕLMEJUHTIVUSTE MAATRIKSI PÖÖRAMISE TEEL

Lineaarvõrrandisüsteemi (6.15) võib lahendada, korrutades võrrandi pooli vasa- kult sõlmejuhtivuste maatriksi \mathbf{Y} pöördmaatriksiga \mathbf{Y}^{-1}

$$\mathbf{Y}^{-1}\mathbf{Y}\mathbf{U} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{J}$$

ehk

$$\mathbf{U} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{J} = \mathbf{Z}\mathbf{J} \quad (6.23)$$

kus sõlmejuhtivuste pöördmaatriksi tähiseks on \mathbf{Z} , mida nimetatakse lühemalt **sõlmetakistuste maatriksiks**. Seejuures on loomulikult eeldatud, et pööratav sõlmejuhtivuste maatriks \mathbf{Y} on **regulaarne** ruutmaatriks, s.t tema determinant $D = |\mathbf{Y}| \neq 0$.

Komplekskujulise sõlmevõrrandi (6.8) lahendi võib analoogiliselt kirjutada kujul

$$\underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Z}}(\sqrt{3}\underline{\mathbf{J}} - \underline{\mathbf{Y}}_0 \underline{U}_0) \quad (6.24)$$

Sõlmetakistuste maatriksi elemendid saadakse sõlmejuhtivuste maatriksi pööramise teel ja neil puudub selline otsene füüsikaline sisu, nagu oli sõlmejuhtivuste maatriksi elementidel (vastastikused ja omajuhtivused p 6.2). Seetõttu ei saa need elemendid olla ka enam nullid ning maatriks \mathbf{Z} pole hõre maatriks.

Meetod nõuab arvuti suurt mälu mahtu ning on õigustatud ainult siis, kui tuleb teha korduvaid arvutusi sama võrguskeemi puhul. Sel juhul pole iga kord vaja maatriksit uuesti pöörata, vaid piisab ainult maatriksite korrutamisest. Maatriksite korrutamiseks vajalik aeg on aga tühine võrreldes maatriksi pööramiseks vajaliku ajaga. Välja on töötatud ka üsna efektiivsed meetodid sõlmetakistuste maatriksi korrigeerimiseks võrgu skeemi väikeste muutuste puhuks.

6.7 LINEARSETE SÕLMEVÖRRANDITE ITERATIIVNE LAHENDAMINE

Iteratsioonimeetoditest vaatleme lihtiteratsioonimeetodi modifikatsiooni – Seideli meetodit. Kasutades jälle kolme lineaarvõrrandit (6.17), võib, avaldades üldkujul igast võrrandist ühe tundmatu, saada ekvivalentse võrrandisüsteemi

$$\begin{aligned} U_1 &= b_{12}U_2 + b_{13}U_3 + b_1 \\ U_2 &= b_{21}U_1 + b_{23}U_3 + b_2 \\ U_3 &= b_{31}U_1 + b_{32}U_2 + b_3 \end{aligned} \quad (6.25)$$

Pannes võrrandite paremasse poolde tundmatute mingid algväärtused $U_1^{(0)}, U_2^{(0)}, U_3^{(0)}$, leitakse tundmatute esimesed lähendused $U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, U_3^{(1)}$. See on iteratsiooniprotsessi esimene samm. Esimesi lähendusi saab analoogiliselt kasutada teiste lähenduste leidmiseks jne. Üldjuhul leitakse $i+1$ -le sammule vastavad lähendused i -nda iteratsiooni tulemuste järgi valemitega

$$\begin{aligned} U_1^{(i+1)} &= b_{12}U_2^{(i)} + b_{13}U_3^{(i)} + b_1 \\ U_2^{(i+1)} &= b_{21}U_1^{(i)} + b_{23}U_3^{(i)} + b_2 \\ U_3^{(i+1)} &= b_{31}U_1^{(i)} + b_{32}U_2^{(i)} + b_3 \end{aligned} \quad (6.26)$$

Iteratsiooniprotsessi võib lugeda koondunuks, kui otsitavate muutused on protsessi käigus muutunud väga väikesteks, ei ületa mingit etteantud väikest väärtust ε . Koonduvuse kriteeriumiks mis tahes otsitava U_k jaoks on siis

$$\left| U_k^{(i+1)} - U_k^{(i)} \right| \leq \varepsilon$$

Arvutusprotsess koondub sellisel **lihtiteratsioonimeetodil** aeglaselt, mistõttu otstarbekam on kasutada meetodi modifikatsiooni – **Seideli iteratsioonimeetodit**. Meetodi idee seisneb selles, et igal iteratsiooni sammul võetakse kohe kasutusele ka samal sammul juba leitud tundmatute uued väärtused. Iteratsiooniprotsessi (6.26) asemele tuleb siis

$$\begin{aligned} U_1^{(i+1)} &= b_{12}U_2^{(i)} + b_{13}U_3^{(i)} + b_1 \\ U_2^{(i+1)} &= b_{21}U_1^{(i+1)} + b_{23}U_3^{(i)} + b_2 \\ U_3^{(i+1)} &= b_{31}U_1^{(i+1)} + b_{32}U_2^{(i+1)} + b_3 \end{aligned} \quad (6.27)$$

Kuna Seideli meetod on lihtiteratsioonimeetodiga võrreldes töökindlam ja kiirema koonduvusega, siis praktikas lihtiteratsioonimeetodit ei kasutata. Seideli meetodi algoritm on lihtsam ja arvuti vajalik mälu väiksem kui otseste meetodite puhul. Ka Seideli meetodi puuduseks on ikkagi veel aeglane koonduvus ja mõnel juhul ka mittekoonduvus.

6.8 MITTELINEAARSED SÕLMEVÕRRANDID

Kui sõlmekoormused (toiteallikate või tarbijate koormused) ei anta voolude vaid konstantsete võimsuste või staatiliste karakteristikute kujul, saadakse mittelineaarsed sõlmevõrrandid. Selliseid võrrandeid lahendatakse praktiliselt ainult iteratsioonimeetoditega.

Kui i -nda sõlme koormus on modelleeritud konstantse sõlmevõimsusena \underline{S}_i , on sellele vastav sõlmevool avaldatav seosega

$$\underline{J}_i(\underline{U}_i) = \frac{\underline{S}_i^*}{\sqrt{3}\underline{U}_i^*} \quad (6.28)$$

kui aga staatiliste karakteristikutena $P_i(U)$, $Q_i(U)$, siis

$$\underline{J}_i(\underline{U}_i) = \frac{\underline{S}_i^*(U_i)}{\sqrt{3}\underline{U}_i^*} = \frac{P_i(U_i) - jQ_i(U_i)}{\sqrt{3}\underline{U}_i^*} \quad (6.29)$$

Kolme sõltumatu sõlmege võrgu sõlmevõrrandid konstantsete sõlmevõimsuste puhul võib siis kirjutada (6.5) eeskujul

$$\begin{aligned}\underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 &= \frac{\underline{S}_1^*}{\underline{U}_1^*} - \underline{Y}_{10}\underline{U}_0 \\ \underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 &= \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^*} - \underline{Y}_{20}\underline{U}_0 \\ \underline{Y}_{31}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3 &= \frac{\underline{S}_3^*}{\underline{U}_3^*} - \underline{Y}_{30}\underline{U}_0\end{aligned}\quad (6.30)$$

ehk maatrikskujul analoogiliselt (6.8) -le

$$\underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}} = \sqrt{3}\underline{\mathbf{J}}(\underline{\mathbf{U}}) - \underline{\mathbf{Y}}_0\underline{U}_0 \quad (6.31)$$

ehk

$$\underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}} + \underline{\mathbf{Y}}_0\underline{U}_0 = \sqrt{3}\underline{\mathbf{J}}(\underline{\mathbf{U}}) \quad (6.32)$$

Võrrandeid (6.30)...(6.32) nimetatakse ka **sõlmevoolude balansivõrranditeks**.

Korrutades sõlmevõrrandite (6.30) mõlemaid pooli vastava sõlme pingega kaaskompleksiga, saab **sõlmevõimsuste balansivõrrandid**

$$\begin{aligned}\underline{U}_1^*(\underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{10}\underline{U}_0) &= \underline{S}_1^* \\ \underline{U}_2^*(\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{20}\underline{U}_0) &= \underline{S}_2^* \\ \underline{U}_3^*(\underline{Y}_{31}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2 + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3 + \underline{Y}_{30}\underline{U}_0) &= \underline{S}_3^*\end{aligned}\quad (6.33)$$

ehk analoogiliselt (6.32) maatrikskujul, tähistades seejuures sõlme pingete kaaskomplekside diagonaalmaatriksi $\underline{\mathbf{U}}_{diag}^*$ ja sõlmevõimsuste kaaskomplekside veergmaatriksi $\underline{\mathbf{S}}^*$

$$\underline{\mathbf{U}}_{diag}^* (\underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}} + \underline{\mathbf{Y}}_0\underline{U}_0) = \underline{\mathbf{S}}^* \quad (6.34)$$

Kõiki vaadeldud kompleksvõrrandeid nii voolude kui võimsuste balansi kujul võib asendada kaks korda suurema arvu reaalkompleksvõrranditega. Nii saadakse kompleksvoolude balansivõrrandite (6.30) asemele kolm aktiivvoolude balansi- ja kolm reaktiivvoolude balansivõrrandit ning võrrandite (6.33) asemele kolm aktiivvõimsuste ja kolm reaktiivvõimsuste balansivõrrandit.

6.9 SÕLMEVOOLUDE BALANSIVÕRRANDITE LAHENDAMINE

Voolude balansivõrranditest (6.30) ja (6.31) on näha, et võrrandite vasakud pooled on samad kui analoogilistel lineaarsetel võrranditel (6.5) ja (6.8). Seega on võrrandite vasakud pooled lineaarsed. Võrrandite paremad pooled sisaldavad aga tundmatut sõlmepinget ja on mittelineaarsed.

Mittelineaarsete võrrandisüsteemide lahendamiseks on otstarbekas kasutada iteratsioonimeetodeid. Vaadeldavate võrrandite puhul seisneb meetod selles, et igal iteratsioonisammul lahendatakse lineaarset võrrandisüsteemi, kus võrrandite paremal poolel on konstandid, mis on arvatud eelmisel iteratsioonisammul leitud sõlmepingete põhjal. Näiteks tuleb mittelineaarse võrrandisüsteemi (6.30) puhul lahendada iteratsioonisammul $i + 1$ lineaarne võrrandisüsteem

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11}\underline{U}_1^{(i+1)} + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2^{(i+1)} + \underline{Y}_{13}\underline{U}_3^{(i+1)} &= \frac{\underline{S}_1^*}{\underline{U}_1^{*(i)}} - \underline{Y}_{10}\underline{U}_0 \\ \underline{Y}_{21}\underline{U}_1^{(i+1)} + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2^{(i+1)} + \underline{Y}_{23}\underline{U}_3^{(i+1)} &= \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^{*(i)}} - \underline{Y}_{20}\underline{U}_0 \\ \underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(i+1)} + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(i+1)} + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3^{(i+1)} &= \frac{\underline{S}_3^*}{\underline{U}_3^{*(i)}} - \underline{Y}_{30}\underline{U}_0 \end{aligned} \quad (6.35)$$

Põhimõte jääb samaks ka üleminekul kompleksvõrranditelt reaalkvõrranditele (p 6.4). Nii võib näiteks kolmest mittelineaarsest reaalkvõrrandist koosneva süsteemi (vrd (6.17))

$$\begin{aligned} Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + Y_{13}U_3 &= J_1(U_1) \\ Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 + Y_{23}U_3 &= J_2(U_2) \\ Y_{31}U_1 + Y_{32}U_2 + Y_{33}U_3 &= J_3(U_3) \end{aligned} \quad (6.36)$$

lahendada iteratiivsel teel, kus iteratsioonisammul $i + 1$ tuleb lahendada lineaarne võrrandisüsteem

$$\begin{aligned} Y_{11}U_1^{(i+1)} + Y_{12}U_2^{(i+1)} + Y_{13}U_3^{(i+1)} &= J_1(U^{(i)}) = J_1^{(i)} \\ Y_{21}U_1^{(i+1)} + Y_{22}U_2^{(i+1)} + Y_{23}U_3^{(i+1)} &= J_2(U^{(i)}) = J_2^{(i)} \\ Y_{31}U_1^{(i+1)} + Y_{32}U_2^{(i+1)} + Y_{33}U_3^{(i+1)} &= J_3(U^{(i)}) = J_3^{(i)} \end{aligned} \quad (6.37)$$

Saadud võrrandisüsteem ei erine matemaatiliselt millegagi võrrandisüsteemist (6.17) ja selle lahendamiseks võib kasutada lineaarvõrrandisüsteemi lahendamise tuntud meetodeid – Gaussi meetodit (p 6.5), maatriksi pööramise meetodit (p 6.6) või Seideli iteratsioonimeetodit (p 6.7). Viimasel juhul on tegemist juba kahe iteratsiooniprotsessiga – välise ja sisemisega. **Välise iteratsiooniprotsessi** all mõeldakse järkjärgulist sõlmevoolude täpsustamist uute sõlme pingete alusel. Kui seejuures igal välise iteratsiooni sammul lahendamisele tulevat lineaarset võrrandisüsteemi lahendatakse Seideli iteratsioonimeetodil, siis kujutab see välise suhtes **sisemist iteratsiooniprotsessi**.

Mittelineaarse võrrandisüsteemi sellise lahendusmeetodi eeliseks on suhteliselt lihtne algoritm, kuid puuduseks jääb teatud tingimustes ikkagi iteratsiooniprotsessi aeglane või isegi ebakindel koonduvus.

6.10 NEWTONI MEETOD

Newtoni meetod on efektiivne mittelineaarsete võrrandisüsteemide lahendamise moodus, mis tagab suhteliselt kiire ja kindla koonduvuse. Mittelineaarse võrrandisüsteemi lahendamise üldidee jääb siin ikka samaks – iteratiivne protsess koos lineaarse võrrandisüsteemi lahendamisega igal iteratsiooni sammul.

Ühe tundmatuga mittelineaarse võrrandi lahendamine Newtoni meetodil

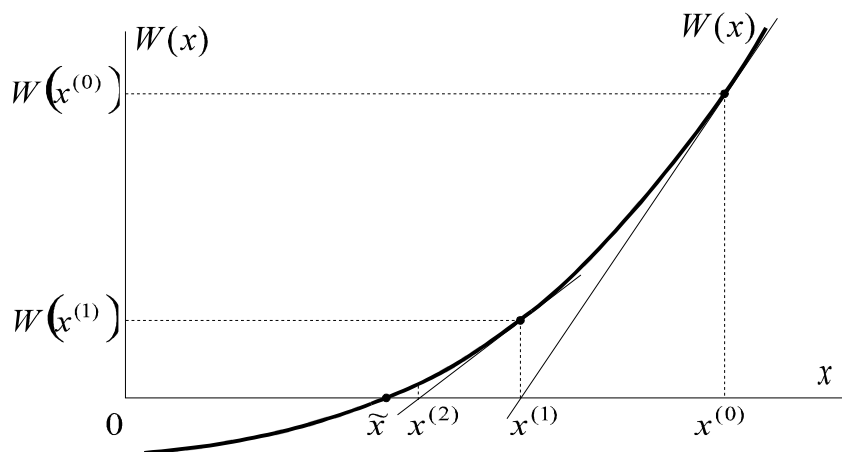
Ühe tundmatuga x mittelineaarne võrrand on esitatav üldkujul

$$W(x) = 0 \quad (6.38)$$

mille lahendit \tilde{x} võib kujutada graafiliselt kui funktsioonile $W(x)$ vastava kõvera lõikepunkti x -teljel (jn 6.4).

Newtoni meetod põhineb võrrandi vasaku poole arendamisel Taylori ritta ning sellest ainult lineaarliikmete arvesse võtmises. Teisisõnu tähendab see graafiliselt kõvera $W(x)$ lineariseerimist tundmatu mingile esialgsele (põhimõtteliselt meelevaldsele) väärtusele $x^{(0)}$ vastavas punktis

$$W(x) \approx W(x^{(0)}) + \frac{\partial W(x^{(0)})}{\partial x} (x - x^{(0)}) = 0 \quad (6.39)$$



Joonis 6.4 Newtoni meetodi graafiline tõlgendus

Lineaarvõrrandi lahendiks kujul

$$x = x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{W(x^{(0)})}{\frac{\partial W(x^{(0)})}{\partial x}} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} \quad (6.40)$$

on lineariseerimisel saadud sirge lõikepunkt x -teljega. Avaldise (6.40) murdliige kujutab endast korrigeerimise $\Delta x^{(0)}$ tundmatu esialgsele väärtusele $x^{(0)}$. Selliselt korrigeeritud väärtus $x^{(1)}$ võetakse nüüd uueks algväärtuseks ning kogu protseduuri korratakse seni, kuni saavutatakse piisav täpsus. Newtoni protseduuri võib üldjuhul (korrigeerimine iteratsioonisammul $(i+1)$) esitada kujul

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} + \Delta x^{(i)}$$

$$\Delta x^{(i)} = - \frac{W(x^{(i)})}{\frac{\partial W(x^{(i)})}{\partial x}} \quad (6.41)$$

Iteratsiooniprotsess on koondunud, kui võrdus (6.38) on piisava täpsusega täidetud, s.t funktsiooni absoluutväärtus on väiksem mingist etteantud küllalt väikesest väärtusest ε

$$|W(x^{(i)})| < \varepsilon \quad (6.42)$$

Kasutades kordajate maatriksi ehk **jakobiaani** mõistet

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial x_1} & \frac{\partial W_1}{\partial x_2} & \frac{\partial W_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial W_2}{\partial x_1} & \frac{\partial W_2}{\partial x_2} & \frac{\partial W_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial W_3}{\partial x_1} & \frac{\partial W_3}{\partial x_2} & \frac{\partial W_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

võib (6.46) kirjutada kompaktsemalt maatrikskujul

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}) \approx \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(0)}) + \frac{\partial \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(0)})}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)}) = \mathbf{0} \quad (6.48)$$

Siit saab analoogiliselt ühe võrrandiga juhule tuletada **Newtoni protseduuri**

$$\mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{X}^{(i)} + \Delta \mathbf{X}^{(i)} \quad (6.49)$$

$$\frac{\partial \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(i)})}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X}^{(i)} = -\mathbf{W}(\mathbf{X}^{(i)}) \quad (6.50)$$

Sellest on näha, et mittelineaarne võrrandisüsteem lahendatakse iteratiivselt (6.49), kusjuures igal iteratsioonisammul leitakse uuesti vajalikud korrektsioonid lineaarvõrrandisüsteemi (6.50) lahendamise teel. Selleks sobib lineaarvõrrandisüsteemi mistahes lahendusmeetod (Gaussi, maatriksi pööramise, Seideli vm meetod).

Kui kasutada maatriksi pööramise meetodit ja eeldada jakobiaani regulaarsust (maatriksi pööratavust), võib võrrandist (6.50) avaldada korrektsiooni ning panna avaldisse (6.49), mille tulemusena saadakse **Newtoni valem** mittelineaarsete võrrandisüsteemide lahendamiseks

$$\mathbf{X}^{(i+1)} = \mathbf{X}^{(i)} - \left[\frac{\partial \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(i)})}{\partial \mathbf{X}} \right]^{-1} \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(i)}) \quad (6.51)$$

Seega on avaldis (6.51) mis tahes mittelineaarse võrrandisüsteemi lahendamise üldvalem.

6.11 SÕLMEVÕIMSUSTE BALANSIVÕRRANDITE LAHENDAMINE

Sõlmevõimsuste balansivõrrandeid (6.33) võib kirjutada kujul

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11}U_1^2 + \sum_{j=2,3,0} \underline{Y}_{1j}U_jU_1^* &= \underline{S}_1^* \\ \underline{Y}_{22}U_2^2 + \sum_{j=1,3,0} \underline{Y}_{2j}U_jU_2^* &= \underline{S}_2^* \\ \underline{Y}_{33}U_3^2 + \sum_{j=1,2,0} \underline{Y}_{3j}U_jU_3^* &= \underline{S}_3^* \end{aligned} \quad (6.52)$$

ehk üldisemalt k -nda sõlme jaoks

$$\underline{Y}_{kk}U_k^2 + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n \underline{Y}_{kj}U_jU_k^* = \underline{S}_k^*$$

ehk, tuues kõik liikmed võrrandi ühele poolele, saab **võimsuste ebabalansi-võrrandi**, kus $\underline{W}_{Sk}(\underline{U})$ tähistab kogu ebabalansi avaldist, mis teoreetiliselt peaks võrduma nulliga

$$\underline{W}_{Sk}(\underline{U}) = \underline{S}_k^* - \underline{Y}_{kk}U_k^2 - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n \underline{Y}_{kj}U_jU_k^* = 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (6.53)$$

Praktiliste arvutuste tarvis on otstarbekas minna kompleksvõrranditelt (6.53) üle reaolvõrranditele (p 6.4).

Praktilise kasutamise seisukohalt ei paku pinge juures tegelikult huvi mitte niivõrd tema reaali- ja imaginaarkomponendid kui just pinge moodul. Seetõttu on otstarbekas kasutada pingete osas polaarkoordinaadistikku. Võttes võrrandis (6.53)

$$\begin{aligned} \underline{S}_k^* &= P_k - jQ_k & \underline{U}_j &= U_j \angle \delta_j & \underline{U}_k^* &= U_k \angle -\delta_k & \underline{Y}_{kj} &= G_{kj} - jB_{kj} \\ \underline{W}_{Sk} &= W_{Pk} + jW_{Qk} & \delta_k - \delta_j &= \delta_{kj} \end{aligned} \quad (6.54)$$

saab pärast teisendusi ning reaali- ja imaginaarliikmete eraldamist (6.53) asemele kaks reaolvõrrandit

$$W_{Pk} = P_k - G_{kk} U_k^2 - U_k \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n U_j (G_{kj} \cos \delta_{kj} - B_{kj} \sin \delta_{kj}) = 0 \quad (6.55)$$

$$W_{Qk} = Q_k - B_{kk} U_k^2 - U_k \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n U_j (B_{kj} \cos \delta_{kj} + G_{kj} \sin \delta_{kj}) = 0 \quad k = 1, \dots, n$$

See on $2n$ mittelineaarvõrrandi süsteem tundmatutega $U_1, \dots, U_n, \delta_1, \dots, \delta_n$, mida võib esitada ka üldkujul

$$\begin{aligned} W_{P1}(U_1, \dots, U_n, \delta_1, \dots, \delta_n) &= 0 \\ \vdots \\ W_{Pn}(U_1, \dots, U_n, \delta_1, \dots, \delta_n) &= 0 \\ \vdots \\ W_{Q1}(U_1, \dots, U_n, \delta_1, \dots, \delta_n) &= 0 \\ \vdots \\ W_{Qn}(U_1, \dots, U_n, \delta_1, \dots, \delta_n) &= 0 \end{aligned} \quad (6.56)$$

Selle võrrandisüsteemi lahendamiseks võib kasutada Newtoni meetodit (p 6.10). Seejuures on kordajate maatriks ehk jakobiaan

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_{P1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial W_{P1}}{\partial U_n} & \frac{\partial W_{P1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial W_{P1}}{\partial \delta_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial W_{Pn}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial W_{Pn}}{\partial U_n} & \frac{\partial W_{Pn}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial W_{Pn}}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial W_{Q1}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial W_{Q1}}{\partial U_n} & \frac{\partial W_{Q1}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial W_{Q1}}{\partial \delta_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial W_{Qn}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial W_{Qn}}{\partial U_n} & \frac{\partial W_{Qn}}{\partial \delta_1} & \dots & \frac{\partial W_{Qn}}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}$$

võimalik esitada kompaktsemalt maatriksblokkide vahendusel

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{W}_P}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{W}_P}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \mathbf{W}_Q}{\partial \mathbf{U}} & \frac{\partial \mathbf{W}_Q}{\partial \delta} \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

Kuna see jakobiaan on hõre maatriks, võetakse kasutusele protseduurid hõredate maatriksitega. Vaatamata sellest tulenevale algoritmi keerukusele ja programmeerimisraskustele, on Newtoni meetod leidnud laialdase tunnustuse tänu suhteliselt kindlale ja kiirele koonduvusele. Vahel kasutatakse ka Newtoni meetodi modifikatsioone, mis teatud tingimustes selle efektiivsust veelgi tõstavad.

Võrgu püsiseisundi kiireks ligikaudseks arvutamiseks kasutatakse **lõhestusmeetodit** (vrd p 5.9). Meetod põhineb siin asjaolul, et võrgu pingete moodulid mõjutavad suhteliselt vähe aktiivvõimsusi, nõrgad on ka pingete faasinurkade ja reaktiivvõimsuste vahelised seosed, mis võimaldab jakobiaanis (6.57) võtta

$$\frac{\partial \mathbf{W}_P}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{0} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_Q}{\partial \delta} = \mathbf{0} \quad (6.58)$$

ning kirjutada Newtoni protseduuri (6.49), (6.50) kujul

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}^{(i+1)} \\ \delta^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{(i)} \\ \delta^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^{(i)} \\ \Delta \delta^{(i)} \end{bmatrix} \quad (6.59)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{W}_P^{(i)}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \mathbf{W}_Q^{(i)}}{\partial \mathbf{U}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}^{(i)} \\ \Delta \delta^{(i)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{W}_P^{(i)} \\ \mathbf{W}_Q^{(i)} \end{bmatrix} \quad (6.60)$$

$\mathbf{0}$ -blokkide tõttu lõhestub kogu ülesanne kaheks sõltumatuks allülesandeks – sõlme pingete moodulite ja faasinurkade arvutamise protseduuriks

$$\mathbf{U}^{(i+1)} = \mathbf{U}^{(i)} + \Delta \mathbf{U}^{(i)} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_Q^{(i)}}{\partial \mathbf{U}} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = - \mathbf{W}_Q^{(i)} \quad (6.61)$$

ja

$$\delta^{(i+1)} = \delta^{(i)} + \Delta \delta^{(i)} \quad \frac{\partial \mathbf{W}_P^{(i)}}{\partial \delta} \Delta \delta^{(i)} = - \mathbf{W}_P^{(i)} \quad (6.62)$$

Lõhestusmeetodiga arvutamisel vajatakse umbes neli korda väiksemat mälu- mahtu, samuti on oluliselt väiksem arvutuste maht.

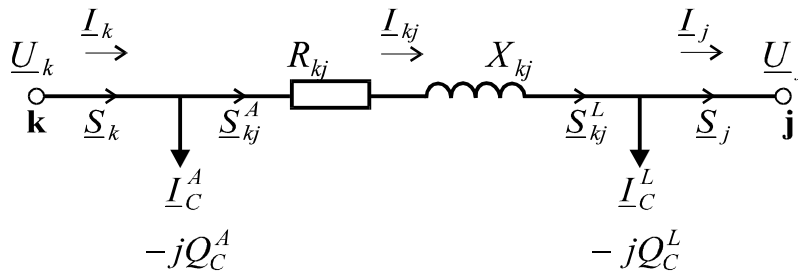
6.12 VÕIMSUSVOOGUDE JA VÕIMSUSKADUDE ARVUTAMINE

Pärast võrgu sõlme pingete leidmist sõlmevõrrandite lahendamise teel määratakse võimsusvood ja võimsuskadud võrgu kõikides harudes.

Neliklemmina kujutatud liini võimsusvoogude määramist etteantud sõlme pingete puhul vaadeldi p 4.3. Koondparameetritega aseskeemi puhul (jn 6.5) võib voolu sõlmede k ja j vahelise liini aseskeemi pikiharus avaldada Ohmi seaduse järgi

$$\underline{I}_{kj} = \frac{\underline{U}_k - \underline{U}_j}{\sqrt{3}\underline{Z}_{kj}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{U}_k - \underline{U}_j)\underline{Y}_{kj}$$

kus $\underline{Y}_{kj} = -\frac{1}{\underline{Z}_{kj}}$ on sõlmede k ja j vastastikune juhtivus (p 6.2).



Joonis 6.5 Liini voolud ja võimsusvood

Voolud liini alguses ja lõpus on siis

$$\begin{aligned} \underline{I}_k &= \underline{I}_{kj} + \underline{I}_C^A = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{U}_k - \underline{U}_j)\underline{Y}_{kj} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\underline{U}_k j B_C \\ \underline{I}_j &= \underline{I}_{kj} - \underline{I}_C^L = -\frac{1}{\sqrt{3}}(\underline{U}_k - \underline{U}_j)\underline{Y}_{kj} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\underline{U}_j j B_C \end{aligned} \quad (6.63)$$

ning liini sisenev ja liinist väljuv võimsus

$$\begin{aligned} \underline{S}_k &= \sqrt{3}\underline{U}_k \underline{I}_k^* = -\underline{U}_k (\underline{U}_k^* - \underline{U}_j^*) \underline{Y}_{kj}^* - j \frac{B_C}{2} \underline{U}_k^2 \\ \underline{S}_j &= \sqrt{3}\underline{U}_j \underline{I}_j^* = -\underline{U}_j (\underline{U}_k^* - \underline{U}_j^*) \underline{Y}_{kj}^* + j \frac{B_C}{2} \underline{U}_j^2 \end{aligned} \quad (6.64)$$

Võimsuskaod liinis koosnevad kadudest aseskeemi piki- ja põikharudes. Neid saab leida ka liini siseneva ja liinist väljuva võimsuse vahena

$$\Delta \underline{S}_{kj} = \underline{S}_k - \underline{S}_j = -(\underline{U}_k - \underline{U}_j)(\underline{U}_k^* - \underline{U}_j^*)\underline{Y}_{kj}^* - j\frac{B_C}{2}(U_k^2 + U_j^2) \quad (6.65)$$

Kui arvestatakse liini aktiivjuhtivust G_K , tuleb valemis (6.65) kasutada kompleksjuhtivust $G_K + jB_C$. Kogu võrgu summaarse võimsuskao leidmiseks summeeritakse võrgu kõigi elementide (harude) võimsuskaod.

7 AKTIIV- JA REAKTIIVVÕIMSUSED ELEKTRISÜSTEEMIS JA ELEKTRIVÕRGUS

7.1 VÕIMSUSTE BALANSS

Kuna elektrienergia salvestamine elektrisüsteemis pole praktiliselt võimalik, valitseb igal ajahetkel tarbitava ja genereeritava võimsuse tasakaal ehk võimsuste balanss. See kehtib nii aktiiv- kui ka reaktiivvõimsuse kohta.

Aktiivvõimsuste balanss

Elektrisüsteemi püsitalitluse igal ajahetkel peavad süsteemi elektrijaamad genereerima (omatarbevõimsust arvestamata) aktiivvõimsust $\sum P_G$, mis on võrdne tarbijate summaarse koormuse $\sum P_T$ ja elektrivõrgu võimsuskadude $\sum \Delta P$ summaga

$$\sum P_G = \sum P_T + \sum \Delta P = \sum P_T' \quad (7.1)$$

kus $\sum P_T'$ tähistab kogutarbimist, mis sisaldab ka võrgukadusid.

Elektrisüsteemi talitluse ootamatu muutus (mõne generaatori avariiline väljalülitamine, koormuse järsk muutumine, võrgu skeemi avariiline muutumine) peaks põhjustama võrrandi (7.1) ühe liikme muutumise ja seega aktiivvõimsuste balansi rikkumise ($\sum P_G \neq \sum P_T'$). Balansi rikkumine on aga näiline, kuna püsitalitluse jaoks koostatud aktiivvõimsuste balansi võrrand (7.1) ei sisalda siirdetalitluse puhuks vajalikku liiget, mis arvestaks süsteemi pöörlevate elektrimasinate kineetilise energia muutumist. Kui näiteks $\sum P_G > \sum P_T'$, läheb genereeritava võimsuse ülejääk tegelikult süsteemi kineetilise energia (generaatorite pöörlemiskiiruse) tõstmisele ning süsteemi sagedus hakkab tõusma. See kestab seni, kuni tarbijate koormus kasvab (staatilistele karakteristikute kohaselt) või süsteemi sageduse reguleerimissüsteem vähendab genereeritavat võimsust balansivõrrandit (7.1) rahuldava väärtuseni. Kui $\sum P_G < \sum P_T'$, hakkab süsteemi sagedus vähenema.

Vähenenud sageduse taastamiseks peab süsteemis olema genereeritava võimsuse suurendamise võimalus – olema aktiivvõimsuse reserv. Vastasel juhul jääb

süsteem tööle madalamal sagedusel nii, et vähenenud tarbimine (vastavalt staatilistele karakteristikutele) vastab genereeritavale võimsusele.

Reaktiivvõimsuste balanss

Kuna reaktiivvõimsuse allikateks elektrisüsteemis on lisaks elektrijaamade generaatoritele ($\sum Q_G$) veel ka reaktiivvõimsuse kompenseerimisseadmed ($\sum Q_K$), võib süsteemi reaktiivvõimsuste balansivõrrandi esitada kujul

$$\sum Q_G + \sum Q_K = \sum Q_T + \sum \Delta Q \quad (7.2)$$

ehk lühemalt

$$\sum Q_G' = \sum Q_T' \quad (7.3)$$

kus $\sum Q_G'$ – kogu genereeritav reaktiivvõimsus

$\sum Q_T'$ – reaktiivvõimsuse kogutarbimine koos reaktiivkadudega

Reaktiivvõimsuskad elektrivõrgus on võrdlemisi suured, moodustades ligi 50% võrku antavast võimsusest.

Elektrivõrgu summaarne reaktiivvõimsuskadu on määratud reaktiivkadudega liinide induktiivtakistustes ($\sum \Delta Q_L$) ja trafodes ($\sum \Delta Q_{Tr}$) ning liinide mahtuvusjuhtivustes genereeritava reaktiivvõimsusega ($\sum Q_C$)

$$\sum \Delta Q = \sum \Delta Q_L - \sum Q_C + \sum \Delta Q_{Tr} \quad (7.4)$$

Kuna liinide mahtuvuses genereeritav reaktiivvõimsus on võrdeline pinge ruuduga, on tema osatähtsus kõrgema nimipingega võrkudes suhteliselt suurem. Võrgus nimipingega 110 kV on keskmiselt $\sum \Delta Q_L \approx \sum Q_C$. Tihti loetakse neid väga ligikaudu võrdseks ka elektrisüsteemis tervikuna. See võimaldab väita, et suured reaktiivvõimsuskad elektrivõrgus on põhjustatud peaaesjalikult trafodest. Normaalselt koormatud võrkudes hinnatakse vahel reaktiivvõimsuskadu alajaama trafode summaarse nimivõimsuse S_N järgi väga ligikaudse valemiga

$$\Delta Q_{Tr} \approx 0,1 S_N \quad (7.5)$$

ning m transformatsiooniga võrgus saadakse siis summaarsed reaktiivvõimsuskad trafodes

$$\sum \Delta Q_{Tr} \approx 0,1 m S_N \quad (7.6)$$

Suurte reaktiivvõimsuskadude tõttu trafodes pole märkimisväärse reaktiivvõimsuse edastamine ühe nimipingega võrgust (läbi trafode) teise tavaliselt ots-
tarbekas. Laialdaselt tuleb kasutada reaktiivvõimsuse kohalikku genereerimist
ehk reaktiivvõimsuse kompenseerimist.

Eelnenust tuleneb vajadus elektrivõrkude projekteerimisel ja talitluse
planeerimisel arvestada reaktiivvõimsuste balanssi nii kogu süsteemis tervikuna
kui ka igas võrgu piirkonnas eraldi. Ka peab võimsuste balanssi kontrollima
maksimaal- ja minimaalkoormuse ning remondi- ja avariijärgse talitluse tingi-
mustes.

Kui aktiivvõimsuse balanss on seotud tihedalt süsteemi sagedusega, siis
reaktiivvõimsuse balanss on seotud põhiliselt pingega. Pinge reguleerimiseks
läheb lisaks pinge reguleerimisseadmetele vaja reaktiivvõimsuse reservi, et
rahuldada balansivõrrandit (7.4) normaalpinge puhul.

7.2 REAKTIIVVÕIMSUSE GENEREERIMINE ELEKTRISÜSTEEMIS

Lisaks aktiivvõimsusele vajavad paljud tarbijad reaktiivvõimsust elektro-
magnetvälja tekitamiseks. Suuremad reaktiivvõimsuse tarbijad on asünkroon-
mootorid, trafod, muundurid, induktsioonahjud, keevitusagregaadid jm. Reak-
tiivvõimsuse allikateks elektrisüsteemis on elektriyaamade generaatorid ning
mitmesugused reaktiivvõimsuse kompenseerimisseadmed.

Elektriyaama sünkroongeneraator on nii aktiiv- kui ka reaktiivvõimsuse allikaks,
mille kompleksvõimsus avaldub kujul

$$\underline{S}_G = P_G + jQ_G = S_G \cos \varphi + jS_G \sin \varphi \quad (7.7)$$

Aktiivvõimsust reguleeritakse generaatoriga ühendatud turbiini reguleerimise
teel, reaktiivvõimsust reguleeritakse aga generaatori ergutusvoolu muutes.
Generaatori aktiivvõimsust reguleeritakse ainult nimivõimsuse piires ($P \leq P_N$),
mis on praktiliselt määratud turbiiniga. Reaktiivvõimsuse reguleerimise võima-
lused on suuremad. Kui generaator on üleergutatud (elektromotoorjõud ületab
klemmipinget, $E > U$), annab generaator võrku (induktiivset) reaktiivvõimsust,
alaergutatult ($E < U$) aga vastupidi – tarbib reaktiivvõimsust. Põhimõtteliselt
piiravad generaatori reaktiivvõimsust järgmised tingimused:

- generaatori staatori vool ei tohi ületada suurimat lubatud väärtust
- ergutusvool (rootori vool) ei tohi ületada suurimat lubatud väärtust
- tagatud peab olema generaatori stabiilne talitus

Esimese nõude (tavaliselt $I_G \leq I_N$) võib kirjutada, arvestades et

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_N} = \frac{1}{\sqrt{3} U_N} \sqrt{P_N^2 + Q_N^2}$$

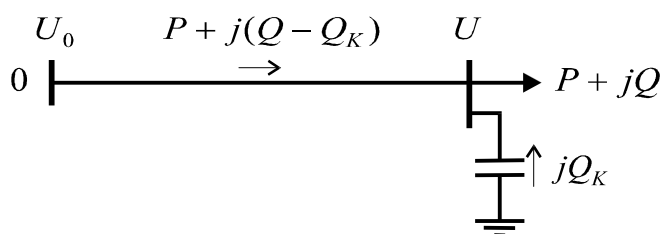
kujul

$$I_G = \frac{1}{\sqrt{3} U} \sqrt{P^2 + Q^2} \leq \frac{1}{\sqrt{3} U_N} \sqrt{P_N^2 + Q_N^2} \quad (7.8)$$

kust selgub, et generaatori talitlusel nimivõimsusest väiksema aktiivkoormusega ($P < P_N$) võib generaatorit vajaduse korral koormata vastavalt suurema reaktiivvõimsusega ($Q > Q_N$). Seejuures olgu aga täidetud piirang ergutusvoolu kohta. Viimane tingimus (süsteemi stabiilsus) piirab reaktiivvõimsust, mida alaergutatud generaator võrgust tarbib.

Isegi elektrisüsteemi normaalse koormuse puhul on võrgus üsna suured reaktiivvõimsuskadod (p 7.1) ja elektriyaamade generaatorid ei suuda alati katta süsteemi kogu reaktiivvõimsuse vajadust. See pole ka majanduslikult otsustarbekas, kuna reaktiivvõimsuse edastamine elektriyaamast tarbijaile läbi mitme transformatori on seotud suurte kadudega. Seetõttu kasutatakse reaktiivvõimsuse täiendavaks genereerimiseks elektrivõrkudes kompenseerimiseseadmeid, mis paigaldatakse selleks kõige sobivamatesse kohtadesse, et vähendada reaktiivvõimsuse edastamisest põhjustatud suuri elektrivõrgu kadusid. Reaktiivvõimsuse kompensaatoreid kasutatakse lisaks reaktiivvõimsuste balansi tagamiseks ja võimsus- ning energiakadude vähendamisele edukalt ka pingeregulatsiooniks.

Olgu vaadeldud lihtsat võrku (jn 7.1), mis koosneb toiteallikast (sõlm 0) ja tarbijast (koormusega $\underline{S} = P + jQ$) toitevast liinist. Tarbija juurde on paigaldatud



Joonis 7.1 Reaktiivvõimsuse kompenseerimine

reaktiivvõimsuse kompenseerimiseks kondensaatorpatarei võimsusega Q_K . Liinis edastatav võimsus $\underline{S}_L = P + j(Q - Q_K)$ ning võimsus- ja pingekao vähenemine tingituna reaktiivvõimsuse kompenseerimisest ilmneb ligikaudsetest valemitest

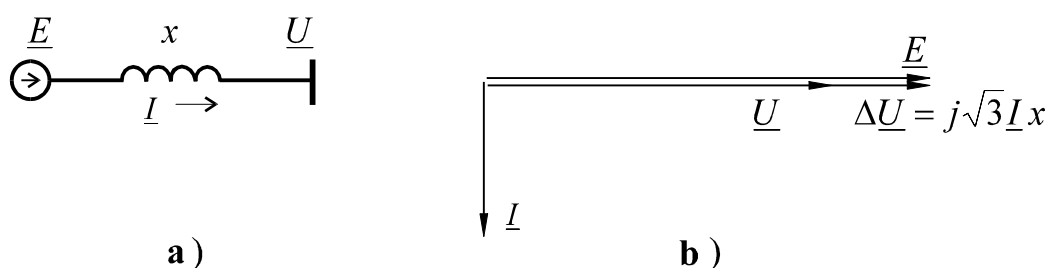
$$\Delta P = \frac{P^2 + (Q - Q_K)^2}{U_N^2} R \quad \Delta U = \frac{PR + (Q - Q_K)X}{U_N} \quad (7.9)$$

7.3 REAKTIIVVÕIMSUSE KOMPENSEERIMISSEADMED

Lisaks elektriijaamade generaatoritele kasutatakse reaktiivvõimsuse genereerimiseks elektrivõrkudes reaktiivvõimsuse kompenseerimisseadmeid – sünkroonkompensaatoreid, kondensaatorpatareisid, põikreaktoreid ja spetsiaalseid staatilisi kompensaatoreid.

Sünkroonkompensaatorid

Sünkroonkompensaator on tühijooksul (ilma aktiivkoormuseta) talitlev sünkroonmootor. Tema võrgust tarbitav aktiivvõimsus võrdub ainult tühijooksukaoga, mis on võrreldes reaktiivkoormusega suhteliselt väike $P_{SK} = \Delta P \approx 0$. Sünkroonkompensaatori lihtsustatud aseskeem, mis koosneb siis elektromotoorjõust E ja induktiivtakistusest x , ning selle vektordiagramm on joonisel 7.2.



Joonis 7.2 Sünkroonkompensaator: a) aseskeem; b) vektordiagramm

Sünkroonkompensaatori vool I on reaktiivvool, tema vektor on risti elektromotoorjõu ja sünkroonkompensaatori klemmpinge vektoritega. Vool on määratud elektromotoorjõu ja klemmpinge vahega

$$I = \frac{E - U}{\sqrt{3} x} \quad (7.10)$$

ning võrku antav reaktiivvõimsus

$$Q_{SK} = \sqrt{3} UI = \frac{E - U}{x} U \quad (7.11)$$

Elektromotoorjõudu saab muuta ergutusvoolu reguleerides. Üleergutatud talitlusel ($E > U$) on võimsus positiivne, alaergutuse puhul aga negatiivne, s.t sünkroonkompensaator tarbib võrgust reaktiivvõimsust. Sünkroonkompensaatori nimivõimsuse all mõeldakse tema suurimat lubatud koormust üleergutatud talitlusel. Suurim tarbitav reaktiivvõimsus alaergutuse puhul on sünkroonkompensaatoril umbes 50% nimivõimsusest.

Sünkroonkompensaatori eeliseks on võimsuse sujuva reguleerimise võimalus mõlemas suunas (induktiivse reaktiivvõimsuse genereerimine ja tarbimine) ning pinget stabiliseeriv toime. Kui joonisel 7.1 oleks kondensaatorpatarei asemel sünkroonkompensaator, võiks pinge tarbija ja ühtlasi sünkroonkompensaatori klemmidel avaldada toiteallika pinge U_0 ja liini pingekao (7.9) kaudu seosega

$$U = U_0 - \frac{PR + (Q - Q_{SK})X}{U_N} \quad (7.12)$$

Kui pinge U näiteks mingil põhjusel väheneb, põhjustab see sünkroonkompensaatori voolu (7.10) ja võimsuse (7.11) suurenemise, mis valemi (7.12) järgi vähendab pingekadu liinis ning tõstab sel viisil pinget. Seega takistab sünkroonkompensaator pinge muutumist, s.o toimib pinget stabiliseerivalt. Sellist nähtust nimetatakse sünkroonkompensaatori **positiivseks pinget reguleerivaks toimeks**.

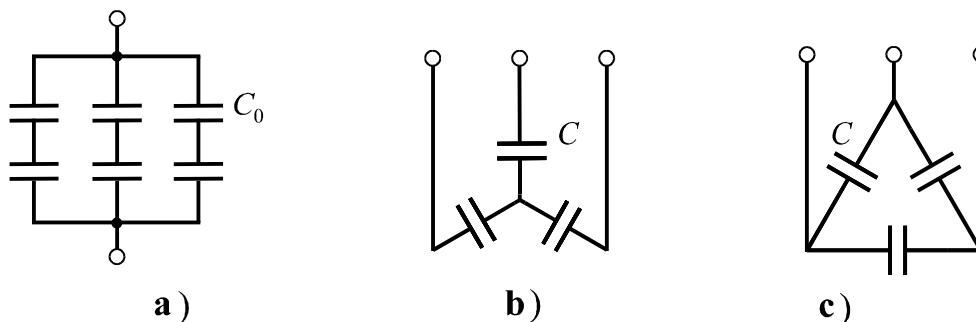
Kondensaatorpatareid

Kondensaatorpatareisid kasutatatakse elektrivõrgus põhiliselt kahel eesmärgil:

- reaktiivvõimsuse kompenseerimiseks – põikkompenseerimine (põikkondensaatoritega)
- elektriülekanne induktiivtakistuse kompenseerimiseks – pikikompen-
seerimine (pikikondensaatoritega)

Vaatleme reaktiivvõimsuse kompenseerimist põikkondensaatoritega.

Kondensaatorpatarei koosneb igas faasis üldjuhul rööbiti ja jadamisi ühendatud kondensaatoritest (jn 7.3a). Jadamisi ühendatud elementide arvu suurendamisega suureneb patarei lubatud pinge, rööpelementide arvu suurendamisega aga vool. Kondensaatoreid valmistatakse mitmesuguste nimipingetega, tavaliselt madalpingest kuni 10,5 kV.



Joonis 7.3 Kondensaatorite ühendamine

Kolmefaasilises võrgus kasutatakse kondensaatorpatareide täht- või kolmnurkühendust (jn 7.3b, c). Ühes faasis oleva kondensaatorpatarei mahtuvus C on määratud ühe elemendi mahtuvuse C_0 ja jadamisi ning rööbiti ühendatud elementide hulgaga (n_j, n_r)

$$C = \frac{n_r}{n_j} C_0 \quad (7.13)$$

Kolmefaasilise kondensaatorpatarei võimsus leitakse tähtühenduse puhul valemiga

$$Q_C = U^2 \omega C \quad (7.14)$$

ning kolmnurkühenduse puhul valemiga

$$Q_C = 3U^2 \omega C \quad (7.15)$$

Kuna kondensaatorpatarei genereeritud reaktiivvõimsus on võrdeline pingearvuga, siis põhjustab pingearvu juhuslik vähenemine ka talitlusvõimsuse vähenemise ning valemi (7.12) kohaselt väheneb omakorda pinge. Seega vastupidi sünkroonkompensaatorile soodustab kondensaatorpatarei pingearvu kõikumisi. Kondensaatoril on **negatiivne pinget reguleeriv toime**.

Kondensaatorpatareid peaksid olema ka reguleeritavad. Kondensaatorpatarei reguleerimine seisneb rööptalitluses olevate kondensaatorielementide arvu

käsitsi või automaatses muutmises (sisse-väljalülitamises). Seega reguleeritakse kondensaatorpatareid astmeliselt.

Põikreaktorid

Põikreaktorid on induktiivelemendid, mis lülitatakse tavaliselt ülekandevõrgu sõlmedesse ülikõrgpingelistes õhuliinides genereeritud liigse reaktiivvõimsuse kompenseerimiseks. Nad võivad olla lülitatud võrku ka alajaama trafode alampinge poolel. Reaktori tarbitav reaktiivvõimsus on määratud tema induktiivjuhtivuse B_R ja pingega

$$Q_R = B_R U^2 \quad (7.16)$$

Sellised reaktorid võivad olla reguleeritavad – näiteks reaktorid ferromagnet-südamiku eelmagneetimisega.

Staatilised reaktiivvõimsuse allikad

Staatilise reaktiivvõimsuse allika all mõeldakse tavaliselt reaktiivvõimsuse kompensaatorit, mis koosneb kondensaatorpatareist ja sellega rööbiti ühendatud reaktorist, millel on pidevalt reguleeritava eelmagneetimisega südamik. Reguleerimise pidevus võidakse saavutada ka kondensaatorpatarei talitluse türistorreguleerimisega. Sellised suhteliselt kalleid seadmeid kasutatakse tehniliselt arenenud maades juba üsna laialdaselt.

Reaktiivvõimsuse allikate kasutuse üldhinnang

Põhimõtteliselt on reaktiivvõimsuse allikateks võrgus ka sünkroonmootorid, mille ergutuse reguleerimine võimaldab reguleerida nende reaktiivvõimsust. Tarbijate valduses olevate sünkroonmootorite kasutamine elektrivõrgu huvides pole üldjuhul reaalne ja ka nende mootorite võimsus pole eriti suur.

Elektriliinid on samuti reaktiivvõimsuse allikaks, kuid nende mahtuvuses genereeritav reaktiivvõimsus sõltub liinide pingest ja pole seetõttu praktiliselt reguleeritav.

Põikreaktoreid kasutatakse Eestis suhteliselt vähe, ainult ülikõrgpingevõrkudes. Spetsiaalsed staatilised reaktiivvõimsuse allikad on kallid seadmed, mis leiavad seni vähest kasutust. Põhilisteks reaktiivvõimsuse kompenseerimis-seadmeteks meie võrkudes on kondensaatorpatareid ja vähemal määral ka sünkroonkompensaatorid.

Sünkroonkompensaatorid on keerukad ja kallid seadmed ning nõuavad asjatundlikku järelevalvet ja hoolet. Seetõttu on need õigustatud ainult põhivõrgu sõlmalajaamades. Suurema võimsusega sünkroonkompensaatori erimaksumus ja erikaod on küll väiksemad, kuid jäävad ikkagi kõrgemaks kondensaatorite näitajatest. Seetõttu võivad sünkroonkompensaatori eelised (positiivse toimega pidev ja kiiretoimeline reguleerimine mõlemas suunas) õigustada tema kasutamist ainult suhteliselt suure võimsuse puhul. Enamasti kasutatakse aga alajaamades, eriti jaotusalajaamades ja suuremate tarbijate juures, reaktiivvõimsuse kompenseerimiseks suhteliselt odavaid ja töökindlaid kondensaatorpatareisid.

7.4 REAKTIIVVÕIMSUSE KOMPENSEERIMISSEADMETE VALIK JA PAIGUTUS

Märkimisväärne reaktiivvõimsuse edastamine elektrivõrgus põhjustab suuri võimsuskadusid ja pinge kvaliteet halveneb. Otstarbekas on kasutada reaktiivvõimsuse kompenseerimist, mis vähendab võrgus edastatavat reaktiivvõimsust ning ka võimsus- ja pingekadusid tuntud valemite (7.9) kohaselt.

Nagu on näidanud uurimused, on otstarbekas paigaldada ainult väike osa reaktiivvõimsuse kompensaatoritest elektrisüsteemi ülekandevõrgu sõlmedesse. Valdav enamik paigaldatakse jaotusvõrkudesse ja eriti madalpinge poolele võimalikult tarbijate lähedale.

Elektrisüsteemi reaktiivvõimsuse kompenseerimisseadmetega varustatuse taset γ iseloomustatakse nende summaarse võimsuse ja süsteemi maksimaalse summaarse koormuse suhtega

$$\gamma = \frac{Q_K}{P_m} \quad \text{Mvar/MW} \quad (7.17)$$

Eestis on see näitaja liiga madal.

Kompenseerimisseadmete optimaalse paigutuse ülesanne peaks võimaldama määrata kompensaatorite summaarse võimsuse ja ka jagunemise võimalike paigalduskohtade vahel.

Kui süsteemi ülekandevõrgul võib olla sadu sõlmi, siis igast sõlmest toidetakse omakorda üsna suure sõlmede arvuga jaotusvõrke. Kompenseerimisseadmete

paigutuse ülesanne kogu elektrisüsteemi võrkudes seisneb nende seadmete optimaalse võimsuse määramises igas võimalikus sõlmes.

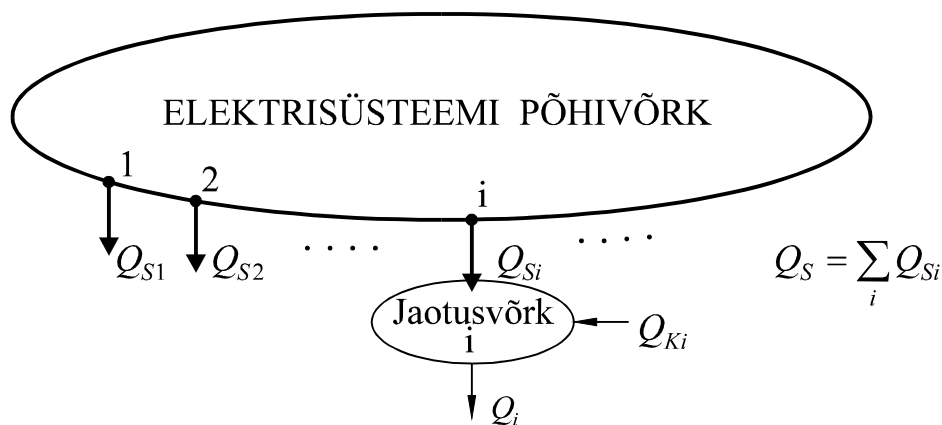
Samal ajal tuleb arvestada, et pinged on suuresti sõltuvad reaktiivvõimsusest. Pinget reguleeritakse aga põhiliselt koormuse all reguleeritavate trafodega toitealajaamades. Saadakse ülesanne, milles tuleb samal ajal lahendada reaktiivvõimsuse kompenseerimise ja pinge reguleerimise probleem. See on äärmiselt keerukas kompleksse optimeerimise ülesanne, mis on praktiliselt lahendatav ainult arvutitel, kasutades süsteemset lähenemist – ülesande ligikaudset lahendamist osade kaupa. Seejuures jäetakse vaatluse alt välja reaktiivvõimsuse ja aktiivvõimsuse vahelise sõltuvuse probleem. Eeldatakse, et aktiivvõimsuste optimaalse talitlusega seotud probleemid on reaktiivvõimsustest sõltumatult enne lahendatud.

Kompenseerimisseadmete optimaalse paigutuse ülesannet vaadeldakse harilikult mitmenivoolisena. Nivoode kaupa lahendamist alustatakse tavaliselt kõrgemalt nivoolt: lahendatakse reaktiivvõimsuste optimaalse jaotuse ülesanne põhivõrgus ning alles seejärel jaotusvõrkudes.

Sihifunktsiooniks peaks olema keskmine summaarne aastane kulu, mis sisaldab investeringuid ja energiakadude maksumust või nende muutust kolmes kohas: elektrijaamades, elektrivõrgus ja kompenseerimisseadmetes. Seejuures tuleb arvestada suure hulga kitsendustega näiteks võrgu elementide koormatavuse, talitluspingete lubatavuse jm osas. Oluline tähtsus on süsteemi talitluskindlusel, mida on aga kulude minimeerimisel raske aevestada.

Ülesande lahendamiseks **ülemisel nivool** (süsteemi põhivõrgus) tuleb kõigepealt ekvivalenteerida jaotusvõrgud põhivõrgu sõlmedes. Siis võidakse lahendada ülesanne, mille tulemusena määratakse kindlaks süsteemist põhivõrgu kaudu näiteks maksimaalkoormusel jaotusvõrkudes antav optimaalne reaktiivvõimsus Q_S , mis tuleb jaotada optimaalselt põhivõrgu (jaotusvõrke toitvate) alajaamade vahel (jn 7.4). Sellise ülesande lahendamiseks on vaja keerukat arvutiprogrammi. Edasi saab leida igast alajaamast i toidetavas jaotusvõrgus vajaliku summaarse kompensaatorite võimsuse Q_{Ki} selle võrgu summaarse reaktiivkoormuse Q_i ja põhivõrgust antava reaktiivvõimsuse Q_{Si} vahena

$$Q_{Ki} = Q_i - Q_{Si}$$



Joonis 7.4 Reaktiivvõimsused elektrivõrkudes

Vahel kasutatakse ka üsna lihtsat meetodit, mille puhul määratakse algul kindlaks põhivõrgu alajaamadele ühtne nn tasakaalustatud võimsusteguri $\tan \varphi_B$ väärtus. Edasi leitakse igasse jaotusvõrku paigaldatavate kompensatorite summaarne võimsus valemiga

$$Q_{Ki} = Q_i - Q_{iB} = P_i \tan \varphi_i - P_i \tan \varphi_B = P_i (\tan \varphi_i - \tan \varphi_B) \quad (7.18)$$

Sünkroonkompensatorite valik ja paigutus on ülesüsteemiline ülesanne ja see tuleks lahendada ülemise nivoo optimeerimisarvutuste käigus.

Alumise nivoo ülesandes tuleb lahendada kompenseerimisseadmete paigutus jaotusvõrkudes. Jaotusvõrkudes (tööstusettevõtetes, linna- ja maavõrkudes) kasutatakse reaktiivvõimsuse kompensatoritena enamasti kondensaatorpatareisid.

Ka reaktiivvõimsuse kompensatorite optimaalne paigutus jaotusvõrgus on keerukas optimeerimisülesanne, mille käigus tuleb minimeerida summaarseid kulusid, mis koosnevad kuludest kompensatoritele endile, energiakadudele kompensatorites ja energiakadudele võrgus. Lihtsuse mõttes loetakse kompensatorite summaarse etteantud võimsuse Q puhul kulude kaks esimest osa tihti sõltumatuks kompenseeriva võimsuse jagunemisest jaotusvõrgu sõlmede vahel. Sel juhul jääb optimaalsuse kriteeriumiks võrgu energiakadude miinimum. Kuna energiakadusid põhjustavad aktiivvõimsuskadud võrgu harudes koosnevad aktiivkoormust ja reaktiivkoormust sisaldavatest liidetavatest

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} R = \frac{P^2}{U^2} R + \frac{Q^2}{U^2} R = \Delta P_P + \Delta P_Q$$

sõltub kompensatorite paiknemisest praktiliselt ainult teine liidetav ΔP_Q . Sel juhul taandub ülesande lahendamine kitsendusteta käsitusel sihifunktsiooni ekstreemumi leidmisele

$$\min \Delta A_Q(\Delta P_Q(t)) = \min \Delta A_Q(Q_{K1}, \dots, Q_{Kn}) \quad (7.19)$$

Kahjuks ei võimalda ülesande selline triviaalne püstitus lahendada korrektselt kompensatorite paigaldamise probleemi jaotustrafo ülem- või alampinge poolel. Kondensaatorpatareist võib küll alampinge poolel olla suurem kasu, kuna sellega kaasneb suurem efekt kadude osas, kuid kondensaatori ühiku maksumus kõrgemal pinge on väiksem, mida see meetodika ei arvesta.

Sageli osutub linna- ja maavõrkudes otstarbekaks kompenseerida reaktiivvõimsus peaaegu täies ulatuses.

Kuna kondensaatorpatareide võimsused on standardsed, pole neid otstarbekas paigaldada kõikidesse väiksematesse jaotusalajaamadesse. Sel juhul tuleb alustada alajaamadest, kus on probleeme pingega (kus pinge tsentraalne reguleerimine toitealajaamas ei taga tarbijaile vajalikku pingeniivood).

Elektrivõrgu pingeprobleemide lahendamisel võib juhtuda, et konkreetse tarbija koormusgraafik erineb oluliselt võrgu summaarsest koormusgraafikust ja ühine tsentraalne pinge reguleerimine toitealajaamas ei rahulda tarbijat. Ka sel juhul on võimalik lahendada olukorda reaktiivvõimsuse eraldi reguleerimisega (kompenseerimisega) selle tarbija juures. Lahendus põhineb pingekao muutmisel reaktiivvõimsuse reguleerimise teel

$$U = U_0 - \Delta U = U_0 - \frac{PR + (Q - Q_K)X}{U} \quad (7.20)$$

Pinge reguleerimise konkreetsemad küsimused kuuluvad võrgutalitluse juhtimise valdkonda.

Tarbijate konkreetne stimuleerimine ja reaktiivvõimsuse kompenseerimise motivatsiooni loomine saab praktiliselt toimuda elektritariifide (reaktiivvõimsuse ja -energia tariifide) kaudu.

8 ELEKTRIENERGIA KVALITEET JA PINGE REGULEERIMINE

8.1 ELEKTRIENERGIA KVALITEEDINÄITAJAD

Elektritarvitid on projekteeritud nii, et nende töö oleks optimaalne elektrisüsteemi talitluse nimiparameetrite (nimisagedus, nimipinge jne) juures. Seejuures eeldatakse, et pinge on siinuseline ja kolmefaasilises süsteemis sümmeetriline. Tarbijaile antava elektrienergia kvaliteeti hinnatakse põhiliselt selle järgi, kui lähedased on talitusparameetrid nimiväärtustele ja kui suur on pinge ebasümmeetria ning erinevus siinuskõverast.

Elektrijaamast väljastatud elektrienergia kvaliteeti rikuvad pingekaod elektrivõrgus, ühefaasilised ning mittelineaarseid elemente sisaldavad tarvitid jne.

Elektritarvitite talitluse kvaliteet sõltub oluliselt elektrienergia kvaliteedist. Nii mõjutab näiteks pinge oluliselt elektrimootorite ja elektrilampide tööd. Pinge alanemisega kaasneb lampide valgusvoo tunduv vähenemine, pinge tõus lühendab aga lampide eluiga. Koos pinge langemisega väheneb järsult asünkroonmootorite pöördemoment (ruutsõltuvus) ja suureneb vool ning energiakadu. Pinge tõus põhjustab aga asünkroonmootorites täiendavaid rauaskadusid ja reaktiivvõimsuse olulist suurenemist.

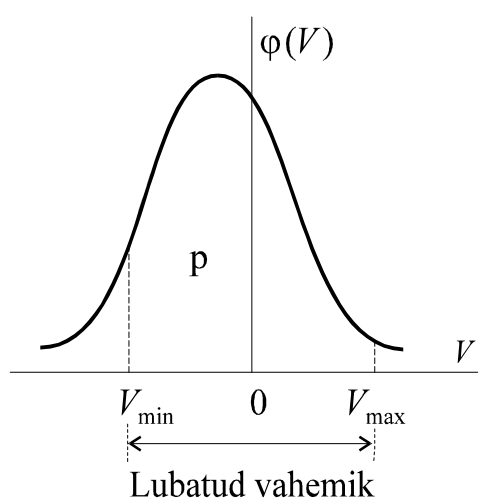
Elektrienergia kvaliteedi optimeerimise ülesanne on väga keerukas. Seetõttu kasutatakse praktikas lihtsamat meetodit – standarditakse kvaliteedinäitajate lubatud piirid ning püütakse talitluse käigus tagada kvaliteedinäitajate hoidmine nendes piirides. Kvaliteedinäitajateks on sagedushälve (erinevus nimisagedusest), pingehälve, pinge muutumise ulatus, pinge kõikumise määr, pinge mittesiinuselise määra, pinge vastu- ja nulljärgnevuskomponentide sisaldus jm. Kvaliteedinäitajate hulka laiemas mõttes kuuluvad ka elektrivarustuskindlust iseloomustavad näitajad.

Kuna elektrisüsteemi talitus on matemaatilises käsitluses ajas muutuv mitmemõõtmeline juhuslik protsess, võib vaadelda ka kvaliteedinäitajaid juhuslike protsessidena. Seetõttu võib kvaliteedinäitajate analüüsimiseks kasutada tõenäosusteooria meetodeid ja matemaatilist statistikat.

Praktikas võib mingit kvaliteedinäitajat näiteks pingehälvet protsentides

$$V(t) = \frac{U(t) - U_N}{U_N} 100 \quad \% \quad (8.1)$$

vaadelda juhusliku statsionaarse protsessina ja koostada statistiliste mõõtmiste alusel tema tõenäosuse jaotustiheduse kõvera $\varphi(V)$ (jn 8.1). Kui lugeda see normaaljaotuseks, saab suhteliselt kergesti leida pinge lubatavas vahemikus oleku tõenäosuse p . Kui $p \geq 0,95$, loetakse pinge kvaliteet lubatavaks. Statistilise analüüsi töömahukust saab vähendada statistiliste analüsaatorite või statistiliste voltmeetritega.



Joonis 8.1 Kvaliteedinäitaja statistiline analüüs

Kuna kvaliteedinäitajate statistiline käsitus on praktikas tülikas, võivad nende näitajate lubatud vahemikud olla antud standardites ka determineeritult, kuid ühtlasi ebamäärasemalt (p 8.2).

8.2 SAGEDUSE JA PINGE LUBATAVAD HÄLBED

Sagedushälve ehk erinevus nimisagedusest $f - f_N$ on ühendsüsteemis ühtne suurus ja määratud elektri jaamade ning tarbijate aktiivvõimsuste balansiga ja elektrisüsteemi sageduse reguleerimissüsteemiga.

Võrgusageduseks nimetatakse toitepinge põhilaine perioodilist korduvust teatud ajaintervallis. Eesti standardi EVS-EN 50160 (vastab Euroopa standardile) kohaselt on Eestis toitepinge nimisagedus 50 Hz. Normaaltalitusel peab põhisageduse **10-sekundiline keskväärtnus** olema järgmistes piirides:

50 Hz \pm 1 % (49,5...50,5 Hz) 95 % vältel aastast

50 Hz $-6/+4$ % (47...52 Hz) 100 % vältel ajast

Sagedust iseloomustab ka **sageduse kõikumine** – see on vahe suurima ja väikseima sageduse väärtuse vahel kindlaksmääratud ajavahemikul

$$\Delta f = f_{max} - f_{min}$$

Sageduse kõikumist põhjustab kas genereeritavate või tarbitavate aktiivvõimsuste järsk muutus või muud suuremad siirdeähtused, näiteks lühised elektrisüsteemis. Sageduse kõikumine kujutab enesest ohtu eelkõige süsteemi stabiilsusele.

Elektrisüsteemides on tavaliselt normeeritud ka sageduse pikemaajaline keskvärtus, sest paljud seadmed kasutavad võrgusagedust oma sisemise kella tarvis. Selliseks kvaliteedinäitajaks võib olla nn **elektriline aeg**:

$$t_e = \frac{1}{f_n} \int_0^{t_a} f dt_a$$

kus

t_e – elektriline aeg

t_a – astronoomiline aeg

f – talitlussagedus

f_n – nimisagedus

Kvaliteeti iseloomustab sel juhul elektrilise aja kõrvalekalle astronoomilisest. See on elektrikella ajaviga.

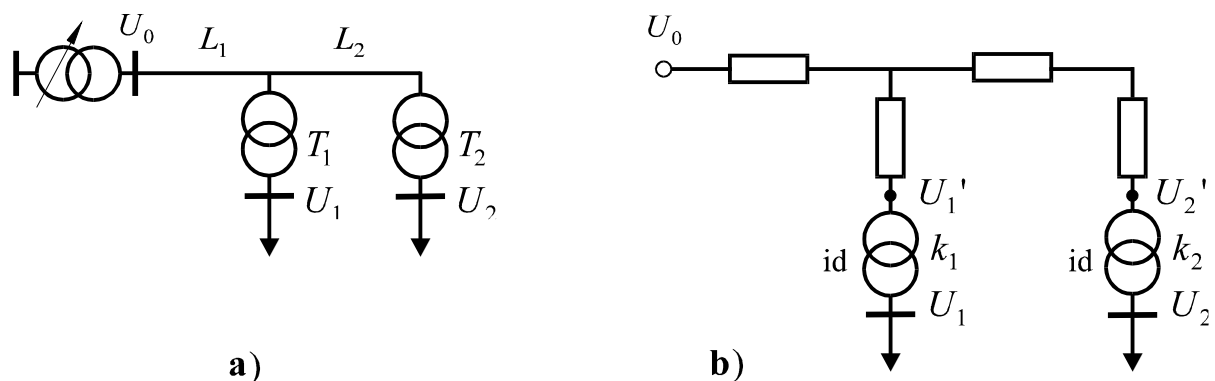
Sageduse reguleerimine toimub ühendsüsteemi suurte elektrijaamade talitlusvõimsuse reguleerimise teel ning seetõttu puuduvad elektrivõrgul praktiliselt võimalused sagedust mõjutada. Baltimaade rahvuslikud elektrisüsteemid on ühendatud Venemaa ühtse energiasüsteemiga ja sagedust reguleerib Venemaa ühtne energiasüsteem.

Standardiga on normeeritud mitmesugused **toitepinge tunnussuurused** tarbijate liitumispunktides. Üldjuhul peaks toitepinge normaaltingimustel küll praktiliselt võrduma võrgu nimipingega, kuid võib sellest ka erineda.

Kõige olulisemaks tunnussuuruseks on toitepinge **aeglased muutused** – toitepinge efektiivväärtuse 10-minutilise keskvärtusest 95% peab olema piirides $U_N \pm 10\%$. Üleminekuperioodil madalpingevõrgus nimipingele 230/400 V on lubatud $U_N +10\% / -15\%$.

8.3 TARBIJA TALITLUSPINGET MÕJUTAVAD TEGURID

Tarbija talitluspinge sõltub võrgus paljudest teguritest: elektrijaama generaatorite talitluspingest, pingekadudest võrgus, mida mõjutavad omakorda tarbijate koormused ja reaktiivvõimsuste kompenseerimine, ning trafode väljavõtetest. Selle selgitamiseks vaatleme lihtsat näidet (jn 8.2a).



Joonis 8.2 Talitluspinged tarbijate juures:

a) jaotusvõrgu skeem; b) aseskeem

Kuna ülekandevõrgu trafod on üldjuhul koormuse all reguleeritavad, siis on võimalik jaotusvõrgu toitealajaama sekundaarpinget U_0 vajaduse järgi reguleerida. Samal ajal on aga jaotustrafod (T_1 , T_2) koormuse all tavaliselt mitte-reguleeritavad, mis tähendab, et nende ülekandesuhteid saab muuta ainult sesoonselt. Seega võib vaadeldavat jaotusvõrku kujutada aseskeemina (jn 8.2b), milles toitealajaama modelleerib toiteallikas reguleeritava pingega U_0 , liine vastavad takistused ning jaotustrafosid takistused ja ideaalsed trafod ülekandesuhetega k_1 ja k_2 . Pinged U_1' ja U_2' (tarbijate talitluspinged taandatud trafode ülempingele) võib avaldada toitepinge ja võrgu pingekadude kaudu seostega

$$U_1' = U_0 - \Delta U_{L1} - \Delta U_{T1} = U_0 - \Delta U_{0-1}$$

$$U_2' = U_0 - \Delta U_{L1} - \Delta U_{L2} - \Delta U_{T2} = U_0 - \Delta U_{0-2}$$

ning tarbijate talitluspinged

$$U_1 = \frac{U_0 - \Delta U_{0-1}}{k_1} \quad U_2 = \frac{U_0 - \Delta U_{0-2}}{k_2}$$

Üldjuhaks saab tarbija talitluspinge määramiseks valemi

$$U = \frac{U_0 - \Delta U_{\Sigma}}{k} \quad (8.2)$$

kus ΔU_{Σ} – summaarne pingekadu toitealajaamast tarbijani

k – tarbija jaotustrafost ülekandesuhe

Kui tarbija on jaotustrafost kaugemal, tuleb lahutada veel pingekadu tarbija madalpingevõrgus

$$U = \frac{U_0 - \Delta U_{\Sigma}}{k} - \Delta U_{tm} \quad (8.3)$$

Seega määravad tarbija juures pinged järgmised tegurid:

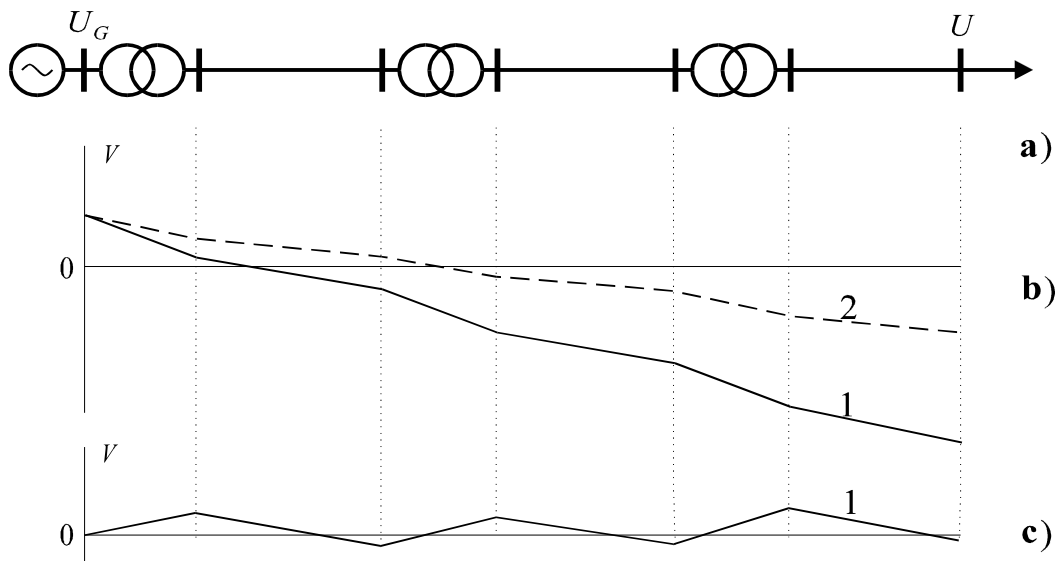
- toitealajaama pinged (tavaliselt toitealajaama trafodega koormuse all reguleeritav)
- jaotustrafost väljavõtte (tavaliselt sesoonselt muudetav)
- pingekadu võrgus (mõjutatav põhiliselt reaktiivvõimsuse kompenseerimisega)

8.4 PINGE REGULEERIMISE ÜLDPÕHIMÕTTED ELEKTRIVÕRGUS

Pinget tarbija juures määravad toiteallikate pinged, pingekaod võrgu elementides ja trafode ülekandesuhted – see kehtib ka kogu elektrisüsteemi kohta. Vaatleme elektrisüsteemi lihtsustatud skeemi (jn 8.3a) ning sellele vastavat suhteliste pingehälvete $V = (U - U_N) / U_N$ diagrammi juhul, kui trafode ülekandesuhted oleksid võrdsed vastavate võrkude nimipingete suhetega, s.o puuduvad **pingelisad** (jn 8.3b).

Kuna võrgu suurim ja vähim koormus võivad oluliselt erineda, on erinevad ka vastavad diagrammid 1 ja 2. Mõnel juhul ulatuvad elektrivõrgu summaarsed pingekaod suurimal koormusel isegi üle 50% nimipingest, mis on tarbijaile vastuvõetamatu.

Vähimal koormusel, mis moodustab suurimast koormusest näiteks 40%, on summaarsed pingekaod ligikaudu 40% pingekadudest suurimal koormusel (muutus 60%). Kui pingekadu suurimal koormusel oleks 50% nimipingest, siis moodustaks tema 60%-ne muutus $0,6 \cdot 50 = 30\%$ nimipingest. Ka tarbijate talitluspinge selline muutumine oleks lubamatu.



Joonis 8.3 Pinged elektrisüsteemis suurimal (1) ja vähimal koormusel (2):
 a) süsteemi skeem; b) suhteliste pingehälvete diagramm trafode pingelisata;
 c) suhteliste pingehälvete diagramm trafode pingelisaga

Seega on esiteks vaja tõsta võrgu pingeniivood ja teiseks viia pinge muutumise diapasoone lubatud vahemikku. Selleks tuleb valida pingereguleerimisseadmed, need otstarbekalt paigutada ja õigesti reguleerida.

Kõik pinge reguleerimise moodused võib liigitada võrgu seisukohalt põhimõtteliselt kahte ossa: 1) pingekao reguleerimine võrgu elementide takistuste või koormuste muutmise teel, 2) **pingelisa** muutmine generaatorite reguleerimise või trafode ülekandesuhte muutmise teel. Nii saavutatakse näiteks trafode ülekandesuhte sobiva valikuga (pingelisadega) võrgu pingekadude oluline kompenseerimine ja tarbijate praktiliselt normaalne (lubatud) talitluspinge (jn 8.3c).

Elektrijaamade generaatorite pinged on tavaliselt ilma aktiivvõimsust piiramata reguleeritavad $\pm 5\%$. Pinge suurem tõstmine nõuab üldjuhul generaatori aktiivkoormuse vähendamist. Need abinõud pole piisavad pinge reguleerimiseks elektrisüsteemis tervikuna. Ka ei võimalda selline reguleerimine rahuldada samaaegselt kõigi tarbijate vajadusi. Kasutatav on see ainult väikeste isoleeritult töötavate elektrijaamade puhul.

Elektrijaamade pingekõrgendustrafod pole enamasti koormuse all reguleeritavad või ei saa neid üldse reguleerida. Seetõttu reguleeritakse pinget põhiliselt koormuse all reguleeritavate ülekandevõrgu trafodega.

8.5 PINGE REGULEERIMINE TRAFODEGA

Põhilisteks pingereguleerimise vahenditeks võrgus on pingemadaldusala-jaamade reguleeritavate ülekandesuhetega trafod. Konstruktsioonilt liigitatakse trafod reguleeritavateks ergutuseta olekus (koormuse all mittereguleeritavad ehk KMR-trafod) ja koormuse all reguleeritavateks trafodeks ehk KR-trafodeks. KMR-trafode mähiste väljavõtteid saab muuta ainult pingevabas seisundis. Tavaliselt tehakse seda sesoonselt (mõni kord aastas).

Enamasti on reguleerimiseks vajalikud **väljavõtted** trafo ülempinge poolel, kuna seal on väiksem vool, mis kergendab väljavõtete ümberlülitamist.

Trafo tegelik ülekandesuhe leitakse siis valemiga

$$k = \frac{U_{\ddot{u}VV}}{U_{aN}} \quad (8.4)$$

kus $U_{\ddot{u}VV}$ – ülempingemähise **väljavõtte nimipinge**

U_{aN} – alampingemähise nimipinge

Nii saab leida näiteks (jn 8.2) talitluspinge trafo alampinge poolel U_1 valemite (8.2) ja (8.4) järgi

$$U_1 = (U_0 - \Delta U_{0-1}) \frac{U_{aN}}{U_{\ddot{u}VV}}$$

Kui on antud talitluspinge trafo ülempinge poolel $U_{\ddot{u}}$, siis saab analoogiliselt leida talitluspinge trafo alampinge poolel

$$U_a = (U_{\ddot{u}} - \Delta U_T) \frac{U_{aN}}{U_{\ddot{u}VV}} \quad (8.5)$$

Kui on antud talitluspinge trafo ülempinge poolel ja soovitud talitluspinge alampinge poolel U_a^{soov} , siis saab, jättes ülempinge mähise väljavõtte nimipinge $U_{\ddot{u}VV}^{arv}$ otsitavaks, (8.5) kirjutada kujul

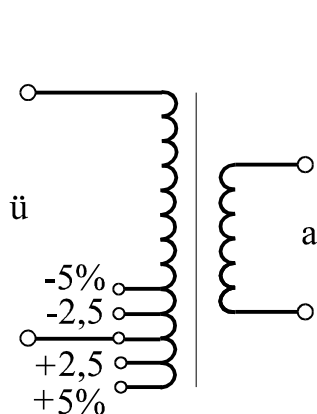
$$U_a^{soov} = (U_{\ddot{u}} - \Delta U_T) \frac{U_{aN}}{U_{\ddot{u}VV}^{arv}}$$

millest avaldub väljavõtte arvutuslik nimipinge

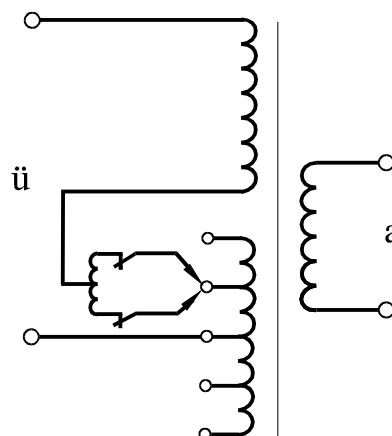
$$U_{\ddot{u}VV}^{arv} = \frac{(U_{\ddot{u}} - \Delta U_T) U_{aN}}{U_a^{soov}} \quad (8.6)$$

Saadud arvutusliku tulemuse järgi valitakse lähim standardne väljavõtte nimipinge.

KMR-trafod (jn 8.4) valmistatakse tavaliselt ülempingemähise viie väljavõttega – üks keskmine ehk **põhiväljavõtte**, mis vastab trafo nimipingele, ning kaks lisaväljavõtet kummalegi poole ($\pm 2 \times 2,5\%$) keerdude arvu suurendamiseks või vähendamiseks. Põhiväljavõttele vastab **trafo nimiülekanadesuhe**.



Joonis 8.4 KMR-trafo faasimähiste skeem



Joonis 8.5 KR-trafo faasimähiste skeem

Kuna trafo sekundaarmähis on üldjuhul elektrivõrgu toiteallikaks, valmistatakse ta võrgu nimipingest 5% või 10% võrra kõrgema nimipingega. Seega annab trafo pingelisa, mis kompenseerib pingekadusid võrgus (vt p 8.4). Kui ülempinge poolel on valitud põhiväljavõtte, siis on trafo pingelisa samuti 5% või 10%. Kui väljavõtet muuta, muutub ka pingelisa vastavalt tabelile 8.2.

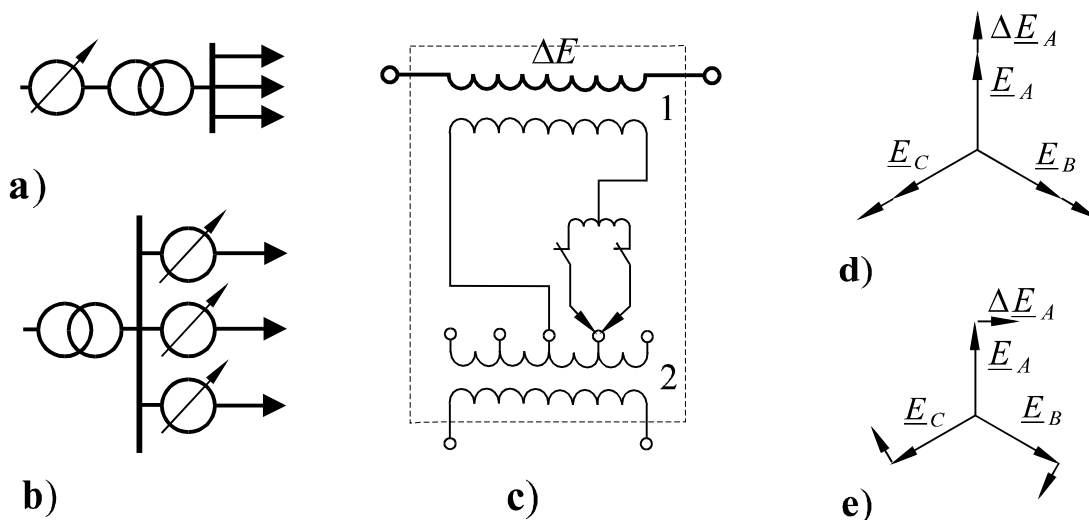
KR-trafo (jn 8.5) erineb KMR-trafost sisseehitatud **astmeümberlülitusseadme** ja suurema arvu väljavõtte poolest (joonisel on toodud lihtsustatud skeem ja näidatud ainult 5 väljavõtet). Näiteks võib 110 kV trafodel olla väljavõtteid $\pm 9 \times 1,78\%$, mis võimaldab reguleerida pinget $\pm 16\%$. Trafo ülempingemähis koosneb mittereguleeritavast ja reguleeritavast osast, mille juurde kuulub ümberlülitusseade. Sellise trafo ülekanadesuhte reguleerimine toimub koormuse all sõltuvalt näiteks koormusgraafikust.

Pingereguleeritrafod ehk **lisapingetrafod** on KR-trafod, mida kasutatakse mingil pingeastmel pinge reguleerimiseks. Nende reguleerimisvahemik võib olla küllalt suur näiteks $\pm 15\%$.

Tabel 8.2 KMR-trafo pingelisa

Väljavõte %	Pingelisa %		
	Sekundaar- mähisest	Primaarmähise väljavõttest	Summaarne
+5	+5	-5	0
+2,5	+5	-2,5	+2,5
0	+5	0	+5
-2,5	+5	+2,5	+7,5
-5	+5	+5	+10

Pingereguleertrafosid saab kasutada KMR-trafoga olemasoleva alajaama rekonstrueerimiseks (jn 8.6a) või väljuvate liinide pinge sõltumatuks reguleerimiseks (jn 8.6b). Viimasel juhul nimetatakse neid ka **liiniregulaatoriteks**.



Joonis 8.6 Pingereguleertrafod: a) KMR-trafo koos pingereguleertrafoga; b) liiniregulaatorid; c) ühe faasi mähiste skeem; d) pinge pikireguleerimine; e) pinge ristreguleerimine

Pingereguleertrafo koosneb (jn 8.6c) omakorda jadatrafost (1) ja toitetrafost (2). Kui toitetrafo primaarmähisest toita sama faasi pingega, millesse jadatrafo põhimähis lülitatakse, saavutatakse pinge **pikireguleerimine** (lisa-elektro-

motoorjõu vektor $\Delta \underline{E}$ on põhitrafo elektromotoorjõu vektoriga \underline{E} sama- või vastassuunaline, jn 8.6d). Kui toitetrafot toita aga ülejäänud faaside vahelise pingega, saavutatakse pinge **ristreguleerimine** (lisaelektromotoorjõu $\Delta \underline{E}$ vektor on KMR põhitrafo elektromotoorjõu \underline{E} või võrgu pinge vektoriga risti, jn 8.6e).

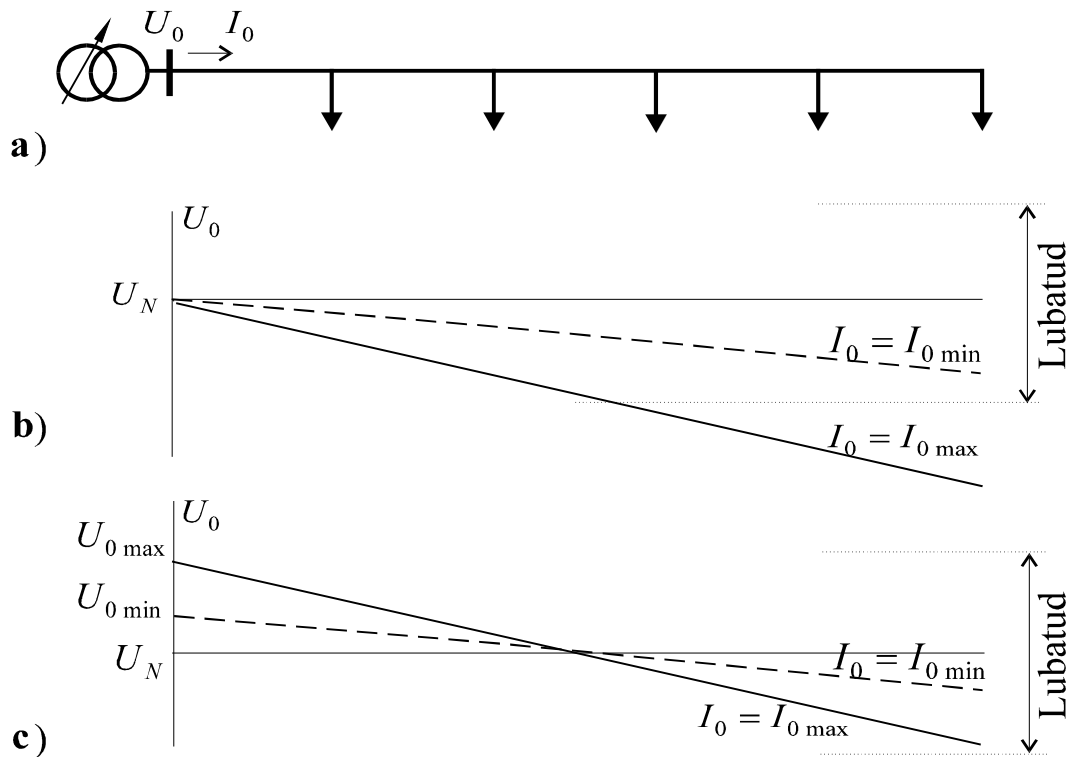
Ristreguleeritrafosid kasutatakse edukalt suletud võrgu talitluse optimeerimisel peamiselt aktiivvõimsusvoogude muutmiseks. **Pikireguleeritrafodega** saab muuta põhiliselt reaktiivvõimsuste jagunemist suletud võrgus.

8.6 PINGE REGULEERIMINE JAOTUSVÕRGU TOITEALAJAAMAS

Kui tarbijate juures pole reguleeritavaid kondensaatorpatareisid, võib jaotusvõrgu toitealajaam (tavaliselt KR-trafodega) olla tarbijaile lähim ehk võrgu poolt vaadatuna viimane koht, kus on talitluse käigus võimalik reguleerida võrgu pinget. Jaotusalajaamade KMR-trafode ülekandesuhted on küllalt pika aja jooksul muutumatud. Tarbijate talitluspinged on sel juhul sõltuvad toitealajaama pingest ja pingekaost. Kuna pingekadu on aga sõltuv võrgu koormustest, mis ajas muutuvad, tuleks reguleerida toitepinget U_0 sõltuvana koormustest nii, et tarbijate talitluspinged vastaksid nõuetele.

Vaatleme lihtsat jaotusvõrku (jn 8.7a), mil on esialgu võrgu nimipingega võrdne stabiliseeritud toitepinge $U_0 = U_N$. Sel juhul muutuksid pinged jaotusvõrgu punktides vastavalt summaarse koormusvoolu I_0 muutumisele (jn 8.7b). Nagu näha, on pingeniivo alati ja kogu võrgus alla nimipinge ning pinge muutumisdiapasoon kaugemate tarbijate juures küllalt suur, nii et ka jaotustrafode ülekandesuhete õige valik sesooniks ei pruugi kindlustada tarbijaile normaalset pinget.

Märksa parem lahendus saadakse, kui suurimal koormusel $I_0 = I_{0\max}$ hoida nimipingest kõrgemat toitepinget $U_0 = U_{0\max}$ ning vähimal koormusel $I_0 = I_{0\min}$ toitepinget $U_0 = U_{0\min}$ (jn 8.7c). Selleks võib kasutada trafo pinge automaatregulaatorit, mis kindlustab pinge vajaliku reguleerimisseaduse – näiteks U_0 lineaarse sõltuvuse voolust I_0 . Seejuures peab regulaatoril olema trafo pingereguleerimisastmest suurem tundetussoon ja piisav viide, et välistada trafo astmete liiga sagedast ümberlülitamist.



Joonis 8.7 Toitealajaama pinge reguleerimine: a) jaotusvõrgu skeem ;
 b) toitepinge stabiliseerimine $U_0 = U_N$; c) koormusvoolu järgi reguleerimine $U_0 = U_0(I_0)$

Küsimuse lähemal vaatlemisel tuleb arvestada ka pinge reguleerimise astmelisust, regulaatori tundlikkust, viidet jm. Kokku võttes kindlustatakse siiski toitepinge, mis keskmiselt kompenseerib pingekao jaotusvõrgus.

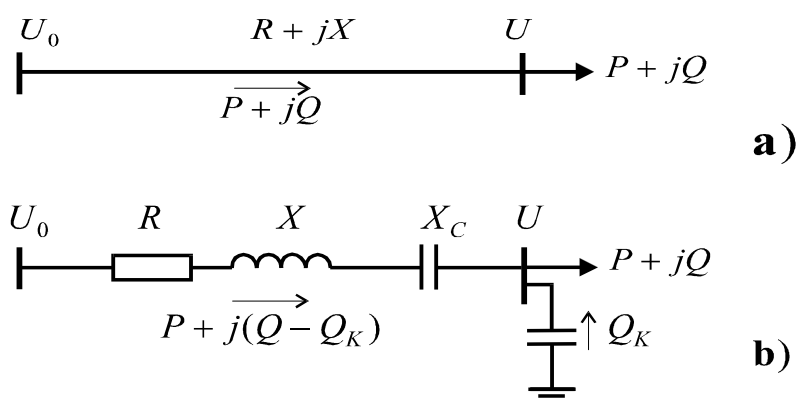
Sellist koormuse järgi reguleerimist on nimetatud ka pinge vastureguleerimiseks. Ühe lihtsa ja praktilise lahendusena on soovitatud tegelikku talitlust analüüsimate hoida toitealajaamas suurimal koormusel pinget ligikaudu 5% võrra võrgu nimipingest kõrgemana ning vähimal koormusel võrdsena nimipingega.

Kui tahetakse aga detailsemalt vaadelda madalpingetarbijaid, mida toidetakse jaotusvõrgust läbi jaotustrafode (üldjuhul erinevate ülekandesuhetega), on ülesanne keerukam. Üldpõhimõte jääb aga samaks.

8.7 PINGE REGULEERIMINE PINGEKAO MUUTMISE KAUDU

Valemi (8.2) kohaselt on pinget võimalik reguleerida ka pingekao muutmisega. Vaadeldes lihtsat ülekannet (jn 8.8a), on mingi sõlme või tarbija talitluspinge U ligikaudu määratud toitepingega U_0 ja liini pingekaoga vastavalt valemile

$$U = U_0 - \Delta U = U_0 - \frac{PR + QX}{U_N} \quad (8.7)$$



Joonis 8.8 Piki- ja põikkompenseerimine:

a) kompenseerimata ülekanne; b) kompenseeritud ülekande aseskeem

Suurused P ja U_N on ette antud. Küll on aga põhimõtteliselt võimalik muuta liini takistusi R ja X ning liinis edastatavat reaktiivvõimsust Q .

Jaotusvõrkudes, eriti madalpingevõrkudes, on liinide aktiivtakistused suhteliselt suured ning aktiivtakistuse mõju pingele märgatav. Seetõttu valitakse jaotusvõrkudes juhtide ristlõiked sageli lubatud pingekao järgi.

Ülekandevõrkudes, kus tavaliselt $R < X$, pole aktiivtakistuse mõju pingele märkimisväärne. Induktiivtakistus, mis küll oluliselt mõjutab pinget, on aga juhtme ristlõikest vähe sõltuv (vt p 3.2). Seetõttu pole ülekandevõrkudes juhtmete ristlõigete valikul otstarbekas lähtuda lubatud pingekaost.

Ülekande reaktiivtakistust on võimalik aga oluliselt vähendada **pikikompenseerimise** teel. Selleks kasutatakse liini jadamisi lülitatud kondensaatorit (jn 8.8b). Liini ekvivalentne reaktiivtakistus on siis $X - X_K$ ning pinge

$$U = U_0 - \frac{PR + Q(X - X_K)}{U_N} \quad (8.8)$$

Selline pikikompenseerimine pole jaotusvõrkudes siiski leidnud laialdast kasutust. Tulemus sõltub oluliselt edastatava reaktiivvõimsuse Q suuruselt ning kondensaatorid vajavad liigpingekaitset lühiste eest. Rohkem on piki-kondensaatorite kasutamine õigustatud ülikõrgepingeliinide läbilaskevõime suurendamise eesmärgil. Valemi (4.27) kohaselt saadakse siis joonisel 8.8b kujutatud ülekande läbilaskevõimeks

$$P_{\max} = \frac{U_0 U_1}{X - X_K} \quad (8.9)$$

Teiseks pingekao vähendamise võimaluseks on reaktiivvõimsuse kompen-seerimine (vt p 7.2). Seda nimetatakse ka **põikkompenseerimiseks**, kuna reaktiivvõimsuse allikas moodustab põikharu (nt kondensaatorpatarei võim-susega Q_K jn 8.8b). Kui selline kompensator on kergesti reguleeritav, on seda võimalik edukalt kasutada pinge reguleerimiseks vastavalt valemile

$$U = U_0 - \frac{PR + (Q - Q_K)X}{U_N} \quad (8.10)$$

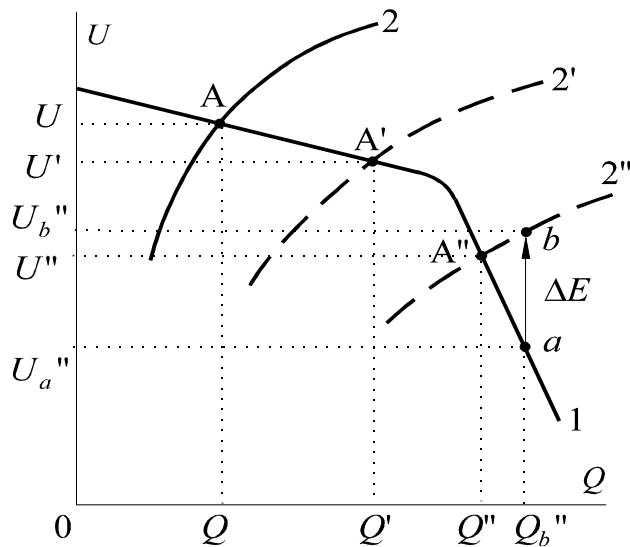
Kui pikikompenseerimine kompenseerib reaktiivtakistust, siis põikkompen-seerimine kompenseerib reaktiivvõimsust. Üldjuhul, kui kasutada nii piki- kui põikkompenseerimist, saadakse pinge valem kujul

$$U = U_0 - \frac{PR + (Q - Q_K)(X - X_K)}{U_N} \quad (8.11)$$

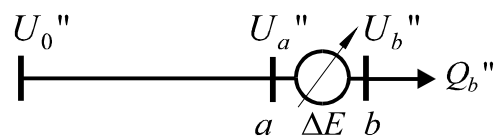
Tavaliselt puudub vajadus nende kompenseerimismooduste üheaegseks kasu-tamiseks.

8.8 PINGE JA REAKTIIVVÕIMSUSE VASTASTIKUNE SÕLTUVUS

Kompenseerimata ülekande korral (jn 8.8a) sõltub etteantud toitepinge U_0 puhul pinge U reaktiivkoormusest Q valemi (8.7) kohaselt. Seda sõltuvust on kujutatud joonisel 8.9 (kõvera 1 algusosa). Kui toiteallika reaktiivvõimsus on piiratud, ei ole ta teatud koormusest alates enam suuteline hoidma etteantud toitepinget U_0 ning ka pinge tarbija juures hakkab järsult langema (kõvera 1 järsult langev lõpuosa). Tarbija reaktiivkoormus ise on aga omakorda sõltuv pingest vastavalt tarbija reaktiivvõimsuse staatilisele karakteristikule pinge järgi $Q(U)$ (kõver 2, jn 8.9).



Joonis 8.9 Pinge ja reaktiivvõimsuse karakteristikud



Joonis 8.10 Pinge tõstmise pingereguleertrafoga

Kuna liini reaktiivvõimsus on võrdne tarbija reaktiivkoormusega, saab talitluspunktiks olla ainult nende kahe kõvera lõikepunkt A , millele vastab reaktiivvõimsus Q ja pinge U , mis on normaaltalitusel lähedane nimipingele. Tarbija koormuse suurenedes nihkub tema staatiline karakteristik ($2'$) ning uueks talitluspunktiks saab punkt A' , mis vastab veidi madalamale pingele U' . Kui koormus suureneb veelgi ($2''$), võib pinge juba järsult langeda (U''), kuna puudub reaktiivvõimsuse reserv.

Võib tunduda, et trafoga saab pinget siiski tõsta, sõltumata reaktiivvõimsuse reservi olemasolust. Proovime seda teha viimati vaadeldud koormusolukorras näiteks pingereguleertrafoga (jn 8.10), mis tekitab pingelisa ΔE (jn 8.9). Nüüd tekib kaks talitluspunkti, kuna punktide a ja b pinged U_a'' ja U_b'' erinevad. Tulemuseks on küll tarbija talitluspinge väike tõus ($U_b'' > U''$), kuid see toimub pinge märkimisväärse langemise arvel enne trafot ($U_a'' < U''$). Koos tarbija pinge tõusuga suureneb ka tema poolt tarbitav reaktiivvõimsus Q_b'' . See saab toimuda aga ainult seetõttu, et enne trafot toidetavate muude tarbijate pinge vähenemisega kaasneb staatiliste karakteristikute kohaselt nende reaktiivkoormuse vähenemine. Seega saab reaktiivvõimsuse reservi puudumisel tõsta trafo ülekandesuhte muutmise teel küll vähesel määral tarbija pinget, kuid ainult teiste tarbijate arvel.

Pinge reguleerimiseks võrgus vajatakse reaktiivvõimsuse reservi.

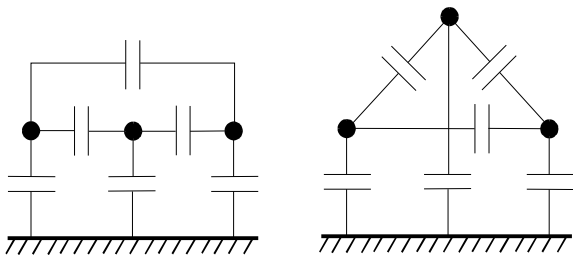
8.9 PINGE ASÜMMEETRIA JA MITTESIINUSELISUS

Kolmefaasilise süsteemi talitluspinge asümmeetria ja pingekõvera erinevus sinusoidist on samuti elektrienergia kvaliteedi olulised näitajad.

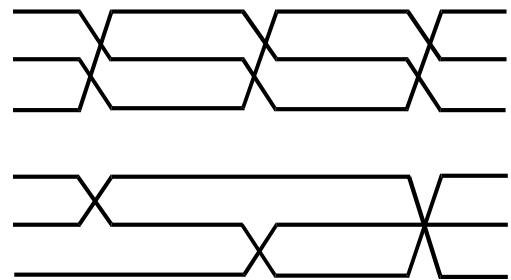
Pinge asümmeetria

Kolmefaasilise pingesüsteemi asümmeetria võib olla põhjustatud süsteemi või võrgu elementide või koormuste asümmeetriast.

Põhilisteks elektrivõrgu asümmeetrilisteks elementideks on õhuliinid, mille faasid ei paikne võrdsetes tingimustes (jn 8.11). Näiteks faasijuhtide horisontaalse paiknemise puhul on äärmiste faasijuhtide vaheline mahtuvus ja vastastikune induktiivsus väiksemad kui naaberfaasijuhtide vahelised vastavad näitajad. Õhuliinide asümmeetria kõrvaldamiseks kasutatakse pikemate liinide puhul faasijuhtide transponeerimist (jn 8.12).



Joonis 8.11 Õhuliini mahtuvused faasijuhtide erineval paiknemisel



Joonis 8.12 Transpositsiooni-tsükli variandid

Koormuste asümmeetria on põhjustatud peamiselt ühefaasiliste tarbijate erinevatest koormustest eri faasides.

Asümmeetria nähtused (elementide ja koormuse asümmeetria) tekitavad pinge ja voolu asümmeetriat ning vastu- ja nulljärgnevuskomponente, mis põhjustab täiendavaid võimsuskadusid ja elektrimootorite kasuteguri halvenemist ning ülekuumenemist. Seetõttu kehtestatakse pinge vastu- ja nulljärgnevuskomponentide suhteliste väärtuste piirid.

Perioodiliselt tuleks kontrollida ühefaasiliste koormuste sümmeetriat madalpingevõrkudes. Erijuhtudel kasutatakse ka spetsiaalseid sümmetreerimis-seadmeid, mis põhinevad faasikaupa reguleerimisel.

Pinge mittesiinuselisus

Pingekõvera erinevust sinusoidist põhjustavad mittelineaarsed elemendid (küllastuvate südamekega trafod, muundurid jm), mis genereerivad kõrgemaid harmoonikuid.

Kõrgemad harmoonikud põhjustavad täiendavaid kadusid elektrimasinates ja elektrivõrgu elementides, vähendavad elektrimasinate ja -seadmete isolatsiooni tööiga, tekitavad häireid automaatika- ja sidesüsteemides. Kuna kondensaatorite juhtivus ($B = \omega C$) on võrdeline sagedusega, võivad kondensaatorpatareides tekkida lubamatult suured voolud ja ülekuumenemine, mis võib kondensaatorpatareisid rikkuda.

Kõrgemate harmoonikute vähendamiseks kasutatakse võimaluse korral trafode mähiste ühendamist kolmnurka, muundusseadmete faaside arvu või pulsatsioonisageduse suurendamist ja kõrgemate harmoonikute levikut tõkestavaid filtreid.